PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 16. 15. August 1914. Redaktionsschluß für No. 17 am 22. August 1914. 15. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

M. Siegbahn, Über den Zusammenhang zwischen Absorption und Wellenlänge bei Röntgenstrahlen. S. 753.

S. Popow, Zur Prestonschen Regel. Die *D*-Linien im magnetischen Felde. S. 756.

W. W. Coblentz, Bemerkung über die Konstante der Gesamtstrahlung eines schwarzen Körpers. S. 762.

J. Salpeter, Über ein Seitenstück zum Wienschen Verschiebungsgesetz. S. 764.

K. Przibram, Über eine Eigenschaft der ungeordneten Bewegung. S. 766.

W. Sorkau, Zur Kenntnis des Überganges von der geordneten zur Turbulenzströmung in Kapillarröhren. I. S. 768.

A. Occhialini, Abgeschnittene Funken. S. 773.

J. R. Partington, Nachtrag. S. 775.

Besprechungen:

M. Planck, Neue Bahnen der physikalischen Erkenntnis. S. 776.

H. Weber u. I. Wellstein, Enzyklopädie der Elementarmathematik III, 1 u. 2. S. 776.

Berichtigung. S. 776.

Personalien. S. 776.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über den Zusammenhang zwischen Absorption und Wellenlänge bei Röntgenstrahlen.

Von Manne Siegbahn.

Zur Charakterisierung von Röntgenstrahlen hat schon lange ihre Absorption, z. B. in Aluminium, gedient. Da wir aber jetzt imstande sind, die Wellenlängen zu bestimmen, erhebt sich die Frage, wie das ältere Maß, die Absorption in *Al*, mit dem neuen, der Wellenlänge, verknüpft ist. Man findet leicht, daß eine sehr einfache Beziehung zwischen diesen Größen gilt, wenigstens innerhalb der Genauigkeitsgrenzen, die bei den Absorptionsmessungen erreichbar waren.

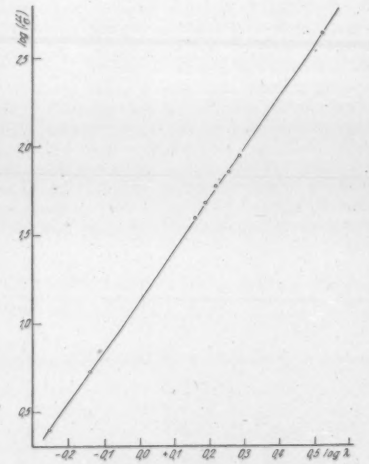
Nach den Messungen von Moseley und Darwin[1]) und von Moseley[2]) ist eine große Reihe von Wellenlängen der charakteristischen Strahlung verschiedener Elemente bekannt. Die Absorption $\left(\frac{\mu}{\sigma}\right)$ der betreffenden homogenen Strahlung ist ebenfalls in einer Anzahl von Fällen bestimmt. Eine Zusammenstellung dieser Zahlen findet sich in Tabelle I. Zeichnet man (Fig. 1) die Logarithmen der Absorptionswerte als Funktion der zugehörigen Wellenlänge in ein Koordinatensystem ein, so ergibt sich, daß die Punkte auf einer Geraden liegen. Der Wellenlängenbereich ist hierbei $3{,}368 \cdot 10^{-8}$ bis $0{,}560 \cdot 10^{-8}$, also mehr als zwei Oktaven, während die Absorption von 435 bis 2,5 variiert.

Es ist aber zu bemerken, daß diese charakteristische *K*-Strahlung nicht einfach monochromatisch, sondern aus zwei etwas verschie-

1) Moseley and Darwin, Phil. Mag. 1913.
2) Moseley, Phil. Mag. 1914.

Tabelle I.

	$\lambda \cdot 10^8$	$\left(\frac{\mu}{\sigma}\right)_{Al}$
Ca	3,368	435
Fe	1,946	88,5
Co	1,798	71,6
Ni	1,662	59,1
Cu	1,549	47,7
Zn	1,445	39,4
Mo	0,721	4,7
Ag	0,560	2,5



Zusammenhang zwischen Wellenlänge und Absorption in Aluminium.

Fig. 1.

denen Wellenlängen zusammengesetzt ist. Eigentlich würde man daher mit einem Mittelwert rechnen, welcher der stärkeren Komponente (jener der größeren Wellenlänge) näher liegt. Die nachfolgenden Rechnungen sind aber einfach mit der größeren Wellenlänge ausgeführt worden, da eine Schätzung der relativen Intensitäten schwierig ist.

Die Beziehung zwischen Absorption und Wellenlänge wird daher:

$$\log\left(\frac{\mu}{\sigma}\right)_{Al} = B + x \log \lambda, \qquad (1)$$

wo B und x Konstanten sind. Diese Gleichung gilt selbstverständlich nur außerhalb des selektiven Absorptionsgebiets. Die Gleichung (1) wollen wir so schreiben

$$\left(\frac{\mu}{\sigma}\right)_{Al} = A \cdot \lambda^x, \qquad (2)$$

wo $B = \log A$. Die Berechnung von x gibt einen Wert, der sehr nahe an 3 liegt. Bei Annahme der größeren Wellenlängen, wie in Tabelle I, erhält man

$$x = 2{,}87.$$

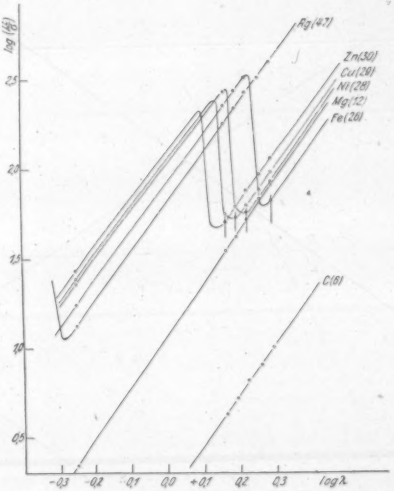
(Die kürzeren Wellenlängen geben $x = 2{,}78$; der richtige Wert würde zwischen diesen Grenzen liegen, und zwar näher an 2,87.)

Die entsprechenden Werte von A sind 13 und 19.

Eine analoge Untersuchung der Absorption in verschiedenen anderen Metallen zeigt (siehe Fig. 2), daß die Beziehung (2) mit großer Genauigkeit auch bei Wellenlängen gilt, die länger als jene der homogenen Strahlung sind. Die Absorptionswerte sind, nach Barkla (Phil. Mag. 1909) in Tabelle II zusammengestellt. Die Logarithmen sind in Fig. 2 eingetragen. Man sieht, daß der Logarithmus der Absorption geradlinig verläuft. Beim Durchgang durch das selektive Absorptionsgebiet erleidet die Kurve eine Parallelverschiebung. Die numerischen Werte der Konstanten A und x in Formel (2) sind:

	A	x		A	x
$C(6)$	1,5	2,91	$Cu(29)$	17	2,55
$Mg(12)$	12	2,82	$Zn(30)$	19	2,71
$Al(13)$	13	2,87	$Ag(47)$	64	2,71
$Fe(26)$	81	2,67	$Sn(50)$	81	2,71

Die Werte der ersten Reihe, von C bis Fe, gelten für Wellenlängen, die kürzer sind als jene des selektiven Gebiets; die der anderen Reihe, von Cu bis Sn, für größere Wellenlängen. Die x-Werte scheinen innerhalb der Versuchs-



Zusammenhang zwischen Absorption und Wellenlänge.
Fig. 2.

fehler denselben Wert zu haben; die A-Werte nehmen mit zunehmendem Atomgewicht zu. Zur näheren Beurteilung dieser Fragen sind aber neue Messungen mit wirklich monochromatischen Strahlungen nötig; eine derartige Untersuchung habe ich schon begonnen.

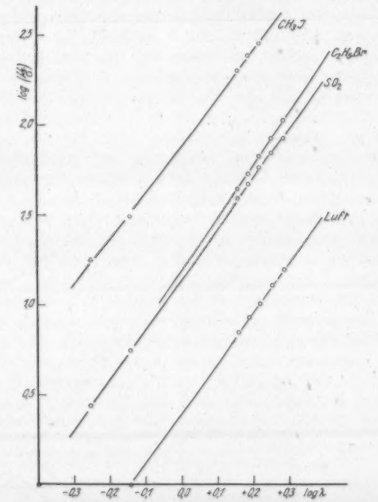
Ganz dieselben Gesetzmäßigkeiten wie bei Metallen findet man auch bei Gasen. Die Werte der betreffenden Absorptionskoeffizienten sind nach Owen (Proc. Roy. Soc. 1912) in Tabelle III

Tabelle II.

	$\log \lambda$	$\log\left(\frac{\mu}{\sigma}\right) : C$	Mg	Fe	Ni	Cu	Zn	Ag	Sn
Fe	0,289	1,004	1,903	[1,820 1,827]	1,923	1,978	2,051	2,581	2,674
Co	0,256	0,901	1,803		1,827	1,877	1,961	2,497	2,593
Ni	0,221	0,818	1,714	2,497	1,751	1,791	1,872	2,418	2,516
Cu	0,190	0,718	1,617	2,428	1,797	1,724	1,785	2,330	2,435
Zn	0,160	0,629	1,540	2,344	2,423	[1,744 1,386]	1,700	2,243	2,352
Ag	−0,252	—	0,342	1,241	1,356		[1,433]	1,124	1,218

Tabelle III.

	$\log\lambda$	$\log\frac{\mu}{\sigma}$: Luft	SO_2	C_2H_5Br	CH_3J
Fe	0,289	1,193	1,921	2,021	—
Co	0,256	1,104	1,841	1,920	—
Ni	0,221	1,021	1,760	1,822	2,4502
Cu	0,190	0,926	1,668	1,725	2,382
Zn	0,160	0,843	1,590	1,643	2,297
Mo	—0,142	—0,009	0,745	—	1,490
Ag	—0,252	[—0,229]	0,439	—	—



Zusammenhang zwischen Absorption und Wellenlänge bei Gasen.

Fig. 3.

zusammengestellt und in Fig. 3 logarithmisch aufgetragen. Die Werte von A und x sind:

Luft	2,5	$\lambda^{2,80}$
SO_2	14	$\lambda^{2,76}$
C_2H_5Br . . .	15	$\lambda^{2,94}$
CH_3J	74	$\lambda^{3,66}$

Der Exponent scheint für Gase derselbe zu sein wie für Metalle; für Luft mit einer Dichte von 0,00129 derselbe wie für Silber mit einer solchen von 10,5.

Beziehung zu bekannten Gesetzmäßigkeiten.

Barkla und Sadler haben gezeigt, daß das Verhältnis der Absorptionskoeffizienten für eine gewisse homogene Strahlung in zwei verschiedenen Elementen eine Konstante, d. h. unabhängig von der Wellenlänge, ist. Nach obigem gilt

$$\left(\frac{\mu}{\sigma}\right)_1 = A_1\lambda^x$$

und für ein anderes Element

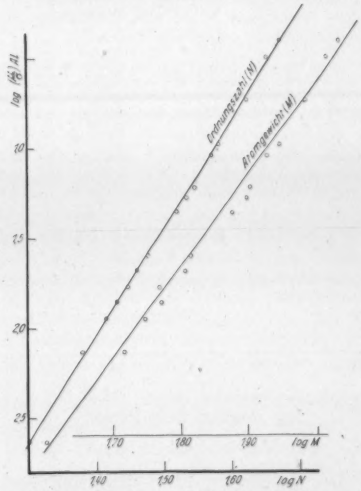
$$\left(\frac{\mu}{\sigma}\right)_2 = A_2\lambda^x.$$

Unabhängig von der Wellenlänge wird daher stets

$$\left(\frac{\mu}{\sigma}\right)_1 \Big/ \left(\frac{\mu}{\sigma}\right)_2 = \frac{A_1}{A_2} = \text{const.}$$

Die Voraussetzung ist nur, daß der Exponent von dem absorbierenden Element unabhängig sein soll.

Ein anderes Gesetz ist von Owen aufgestellt worden und besagt, daß die Absorbierbarkeit der charakteristischen Strahlungen in einem Gase umgekehrt proportional der fünften Potenz des Atomgewichts des strahlenden Elements ist. Kauffmann (diese Zeitschr. **14**, 386, 1913) hat bemerkt, daß dieses Gesetz auch für Metalle (Al) als absorbierende Substanz gilt. Dieser Satz muß aber ein wenig modifiziert werden. Durch Moseley und Darwin (Phil. Mag. 1912) wissen wir, daß die Ordnungszahl des Elementes[1]), und



Die Absorbierkeit der charakteristischen Strahlungen als Funktion von Ordnungszahl und Atomgewicht.

Fig. 4.

1) Die Elemente sind dabei wie im Mendelejeffschen Systeme geordnet. Siehe J. R. Rydberg, Zeitschr. f. anorg. Chem. 1897 und Lunds Univers. Årdskrift N. F. Afd. 2, Bd. 9, Nr. 18, 1913.

nicht ihr Atomgewicht, für die charakteristische Strahlung von Bedeutung ist. Eine Vergleichung der zwei Kurven (Fig. 4) mit Ordnungszahl und Atomgewicht zeigt uns sofort, daß die Relation nur für die Absorption als Funktion der Ordnungszahl besteht. Eine Folge dieser Vertauschung der Variabeln ist, daß die fünfte Potenz etwa gegen die sechste vertauscht werden muß.

Wir wollen zeigen, daß dieser Satz auch eine Folge unserer Gesetzmäßigkeit ist. Nach Moseley (Phil. Mag. 1913, 1914) gilt für entsprechende Hochfrequenzlinien (der K-Serie) in verschiedenen Elementen mit großer Genauigkeit

$$\lambda = \text{const.}\,\frac{1}{(N-1)^2}.$$

Setzen wir diesen Wert für λ in Gl. (2) ein, so ergibt sich

$$\frac{\mu}{\sigma} = \text{const.}\,\frac{1}{(N-1)^{2x}}.$$

Bei Vernachlässigung von 1 gegen N erhalten wir die modifizierte Owensche Formel; $2x$ ist nach dem früheren für alle Elemente sehr nahe gleich 6.

Zusammenfassung.

1. Es wurde eine einfache Beziehung zwischen Absorption in Al und Wellenlänge für Röntgenstrahlen angegeben, nämlich:

$$\frac{\mu}{\sigma} = A\lambda^x,$$

wo A und x Konstanten sind.

2. Dieselbe Formel scheint auch für andere Metalle und Gase außerhalb des Gebietes der selektiven Absorption zu gelten, und zwar mit demselben Wert von x (nahezu 3).

3. Aus der obigen Formel lassen sich die früher bekannten Relationen von Barkla und Sadler und von Owen herleiten.

Lund (Schweden), Physikalisches Institut, 10. Juli 1914.

(Eingegangen 11. Juli 1911.)

Zur Prestonschen Regel. Die D-Linien im magnetischen Felde[1].

Von Sergius Popow.

Das von Th. Preston[2]) aufgestellte Gesetz über die magnetischen Aufspaltungen homologer (Serien-)Gebilde der Linienspektra wird bei genügend engen Gruppen scheinbar nicht erfüllt, da dem durch Zeeman entdeckten Phänomen sich ein anderes überlagert, das als eine im wachsenden Felde stabile und allmähliche Umwandlung des ganzen Gebildes in eine einzige Linie beschrieben sein könnte. Das Kennzeichen dieser Umwandlung ist das von Paschen und Back hervorgehobene[3]) magnetische Triplett von Lorentz.

In bezug auf den Endeffekt ist das Phänomen universell; die Art der allmählichen Verzerrung der ursprünglichen magnetischen Typen hängt dagegen von ihnen und also vom Liniengebilde ab. Dementsprechend läßt sich vermuten[4]), daß die Umwandlungsarten dieselbe Allgemeinheit besitzen, wie das System ursprünglicher magnetischer Typen, also für sie die Prestonsche Zusammenfassung gilt. Wenigstens für einfache Dubletts und Tripletts (bei entsprechenden zusammengesetzten Gebilden könnte es manchmal anders vorkommen; hier wird es nur ausdrücklich betont und für ein Beispiel auf eine nächstens in den Ann. d. Phys. erscheinende serientheoretische Arbeit des Verfassers verwiesen) ist ein solcher Schluß ziemlich nahegelegt; nichtsdestoweniger bedarf er einer experimentellen Nachprüfung.

Wendet man sich den Hauptserien zu, will aber dabei möglichst von Hypothesen über die Art des Zusammenhangs der Erscheinung mit den Größen des Magnetfeldes und der Schwingungsdifferenzen der Gebilde absehen, so bleibt nur übrig, Hauptseriengebilde von verschiedener Numerierung bei verschiedenen Atomgewichten der strahlenden Elemente zu vergleichen.

Für einfache Dubletts und schwache (nach Voigt) Felder bietet sich als Vergleichsobjekt das ultraviolette Dublett des Natrium bei 3303 Å.-E. (Paschens Symbole $1,5s—3p^0$; $1,5s—3p^1$; Wellenlängen für die Luft nach Kaysers Tabellen 3302,49; 3303,10; Schwingungszahlen für das Vakuum 30270,66 und 30266,07 mit der Differenz 4,59), das eingehend von Herrn

1) Unmittelbar vor der Absendung dieser Arbeit wurde mir von Herrn Professor F. Paschen die soeben von ihm zugegangene, bei Zeeman in Amsterdam gemachte Dissertation des Herrn H. R. Woltjer (vom 8. Juli 1914 datiert) gegeben. Darin ist derjenige Teil dieser Arbeit behandelt, wo ich meine Beobachtungen über die D-Linien diskutiere. Da aber einerseits die zur Erzeugung der Linien angewendeten Methoden bei Herrn Woltjer und mir verschiedene sind, andererseits von Herrn Woltjer nicht das gesamte, sondern nur das senkrecht schwingende Licht ausgemessen wurde, so lasse ich auch den die D-Linien betreffenden Teil ungeändert erscheinen, dessen wesentliche Punkte, wie es auch aus einer Bemerkung des Herrn W. Voigt hervorgeht (Ann. d. Phys. (4) **43**, Heft 8, 1914, Resultate), schon vor langer Zeit vorlagen.

5. Juli 1914.

2) Z. B. Phil. Mag. (5) **47**, 1899 oder Royal Inst. of Gr. Britain, May **12**, 1899; vgl. auch Kayser, Handb. d. Spektrosk., Bd. II, § 489, S. 619.

3) F. Paschen und E. Back, Ann. d. Phys. (4) **39**, 1912; **40**, 1913.

4) W. Voigt, Ann. d. Phys. (4) **40**, 380, 1913.

E. Back studiert wurde[1]). Seine Resultate sind von W. Voigt im Heft I des 42. Bandes der Ann. d. Phys.[2]) verwertet.

Sucht man entsprechend dem Gesagten nach einem starken, im Felde zu erhaltenden Dublett mit nahezu gleichem Abstand, so ist man auf die Grunddubletts der ersten Reihe des periodischen Systems beschränkt, also auf die Elemente Bor und Beryllium[3]).

Das Grunddublett von Bor eignet sich mehr zu einem Vergleich mit den *D*-Linien; dagegen könnte das Grunddublett des Berylliums bei 3131 Å.-E. als Analogon zu dem Natriumpaar 3303 gelten.

Dieses Dublett wurde im Magnetfelde studiert. Doch da J. R. Rydberg in Beryllium Tripletts vermutete (so z. B. deutete er infolge serientheoretischer Schlüsse 3131 als Grundtriplett der zweiten N.-S.: Récherches sur la const. des spectres d'emiss. des élém. chim., S. 101), wurde es wie die anderen Spektralgebilde des Berylliums auch feldlosen Aufnahmen im Vakuum unterzogen, um die Struktur und die vorkommenden Abstände zu gewinnen, was aus den bisher gemachten Messungen unmöglich war[4]).

Ihnen entsprechend ist der Abstand $\triangle v = 6{,}57$ der Komponenten des Dubletts ca. $1\,^1/_2$ mal größer als die angegebene Breite des zweiten H.-S.-Paares von Natrium.

1) Vgl. dazu auch R. Fortrat, Phénomène de Zeeman dans les champs très intenses (Archives des sciences Phys. et Nat. (4) **35**, 1913).

2) W. Voigt, Die anormalen Zeemaneffekte der Spektrallinien vom *D*-Typus, S. 212—213.

3) Für die Serieneinreihung ihrer Linien sei auf die Verhandl. der Schweiz. Naturforsch. Ges., 26. Jahresversammlung in Frauenfeld, Sept. 1913, hingewiesen, wo eine dies besprechende Mitteilung des Verfassers publiziert ist; auf ihre französische Übersetzung durch die Archives des sciences Phys. et Nat. kann nicht verwiesen werden wegen irrtümlicher Wiedergabe des Originaltextes des Verfassers.

4) Da die vorliegenden Messungen des Spektrums dieses Elementes für die Bestimmung der nötigen Schwingungsdifferenzen im allgemeinen keine genügende Genauigkeit besitzen, so habe ich auch die absoluten Wellenlängen des hier besprochenen Dubletts im Rowlandschen System neu berechnet.

Dazu wurden die Wellenlängen seiner Komponenten aus fünfter Ordnung der Vakuumbogenaufnahmen unter Benutzung der Eisennormalen 3886,434, 3895,803, 3920,410, 3923,054, 3928,075 (Rowland, Table of Solar Spectrum Wave-Lengths) bestimmt. Die Wellenlängen der Normalen wurden, wo vorhanden, mit ihren Werten im Bogen (Rowland und besonders Kayser) ausgeglichen, so daß die Bruchteile der Å.-E. bei ihnen entsprechend die Werte erhielten 0,427, 0,802, 0,852, 0,407 (0,054), 0,069. Mit diesen Werten der Normalen ergab sich für die Komponente D_1 des Dubletts die Wellenlänge 3131,195, für D_2 entsprechend 3130,550, also in Schwingungszahlen 31934,29 und 31927,72, was, wie auch früher hervorgehoben war (zitiertes Referat des Verfassers), Rowland und Tatnalls Angaben der Bruchteile der Å.-E. 0,194, 0,548 für dieses Paar bestätigt.

Bei der Ausmessung der Störung war eine Aufnahme verwertet. Als Feldnormalen wurde das Linienpaar H und K des Kalziums gewählt und in zweiter, dritter und vierter Ordnung ausgemessen; seine Aufspaltungen wiesen auf eine Feldstärke von $38{,}88 \pm 0{,}5$ Proz. Kgs.

Beim Messen des gestörten Gebildes wurden die zweite, dritte, vierte, fünfte Ordnung berücksichtigt und jedesmal aus sämtlichen Ordnungen ein entsprechender Mittelwert gebildet.

Die Ausmessung der Komponenten des Paares wurde zuerst relativ durchgeführt, wobei vom Schwerpunkte (im geometrischen Sinne) der senkrechten Komponenten von D_1, dem willkürlich die feldlose Wellenlänge zugeschrieben war, gemessen wurde.

Die Angaben der gemachten sechs Bestimmungen waren in zwei Gruppen geteilt; die entsprechenden Durchschnittszahlen für jede Gruppe sowie das endgültige Resultat der relativen Ausmessung sind, falls man die magnetischen Komponenten des Dubletts von rot an mit den Buchstaben $a, b, c, \ldots, j$ bezeichnet und die Wellenlängen dem gewählten willkürlichen Bezugspunkt unterordnet, folgende

	Erster Durchschnittswert	Zweiter Durchschnittswert	Endgültige Wellenlängen
a	3131,439	3131,437	3131,438
b	3131,304	3131,306	3131,305
c	3131,085	3131,084	$3131{,}084_3$
d	3130,951	3130,953	3130,952
e	3130,828	3130,830	3130,829
f	3130,720	3130,722	3130,721
g	3130,590	3130,593	$3130{,}591_3$
h	3130,465	3130,469	3130,467
i	3140,351	3130,355	3130,353
j	3130,222	3130,227	$3130{,}224_3$

Zur Bestimmung der absoluten Verschiebungen (die infolge der gegenseitigen Abstoßung der Konstituenten des Dubletts eintreten) wurde der Abstand der Schwerpunkte sämtlicher Paare von Komponenten des Gebildes außer des schwächeren, senkrecht schwingenden der D_2 von K des Kalziums bestimmt und auf den Schwerpunkt des senkrechten Lichtes von BeD_1 umgerechnet. So erhielt man:

direkt		30,777 mm
umgerechnet aus	$(b+c)/2$ . .	30,770 „
„ „	$(g+h)/2$ . .	30,773 „
„ „	$(i+f)/2$ . .	30,771 „
	im Mittel	30,773 mm.

Der feldlose Abstand wurde durch drei Reihen von Bestimmungen ermittelt[1]). Sie gaben in

1) Aus Funken- und Bogenaufnahmen (betreffs der benutzten Bogenlampe siehe die Tübinger Dissertation von Lorenser, 1913); für die letzten wurde die Messung auf

Erklärung der Bezeichnungen in den Fig. 1—3.

s = senkrecht schwingendes Licht; p = paralleles Licht; f = feldlose Lage der Linie; π = Schwerpunkt des parallel schwingenden Lichtes; σ = Schwerpunkt des senkrecht schwingendes Lichtes (σ_i der inneren Komponenten, σ_a der äußeren Komponenten).

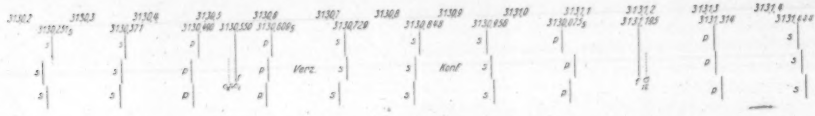


Fig. 1.

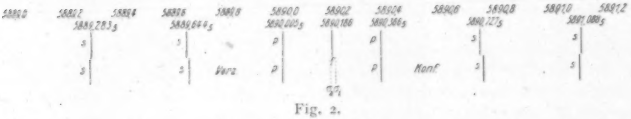


Fig. 2.

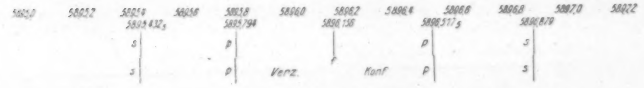


Fig. 3.

Millimetern

30,793
30,794
30,795

also durchschnittsweise

30,794 mm,

so daß auf der Platte eine Verschiebung des senkrechten Lichtes von D_1 um 0,021 mm erhalten wurde. Das entspricht bei einer Dispersion 0,51508 Å.-E. pro Millimeter einer Verschiebung nach Rot um 0,011 Å.-E.

Somit ist die absolute Lagerung des ganzen Gebildes durch die Wellenlängen

a	3131,449
b	3131,316
c	$3131{,}095_5$
d	3130,963
e	3130,840
f	3130,732
g	$3130{,}602_5$
h	3030,478
i	3130,364
j	$3130{,}235_5$

bestimmt.

Das Bild der verzerrten Konfiguration der Komponenten ist in der Mitte der Fig. 1 wiedergegeben. Außerdem ist die Lagerung entsprechend der Prestonschen Regel hingezeichnet: oben in der richtigen Lage, unten auf die Schwerpunkte der parallelen Komponenten bezogen. Daraus ist zu schließen, daß das Gesamtbild der Verschiebung im schwachen Felde aus folgenden Einzelheiten besteht:

1. Die (geometrischen) Schwerpunkte des senkrechten und parallelen Lichtes von D_1 verschieben sich als ein gemeinschaftliches Ganzes, während bei D_2 der Schwerpunkt der inneren senkrechten Komponenten ungefähr die feldlose Lage besitzt.

2. Die Schwerpunkte des parallelen Lichtes von D_1 und D_2 stoßen sich ungefähr gleich stark ab.

3. Der Schwerpunkt der äußeren senkrechten Komponenten von D_2 wird ungefähr (etwas größer) als das entsprechende parallele Licht abgestoßen.

Da die Angaben α), β), γ) der zitierten Veröffentlichung von W. Voigt in 1.—3. einbegriffen sind und auch die Angabe δ) über die Intensitätsänderungen, wie weiter besprochen, sich erfüllt, so erscheint das Analogon zur Prestonschen Regel für schwache Felder bestätigt.

den Schwerpunkt der Geister der Linie K bezogen; anders zu messen war es unmöglich, weil $Ca\ K$ zu stark erschien: im Vakuumbogen brannte hauptsächlich entwässertes Kalziumnitrat, dem eine kleine Menge Berylliumnitrat beigemischt war; die Linien des Berylliums erschienen dabei scharf, und auch die Banden, die sie sonst in einigen Ordnungen deckten, wurden beinahe vollständig beseitigt, so daß die Struktureigenschaften der Gebilde von Be auf den Platten meist ganz klar zu sehen waren. Überhaupt hat sich für die Untersuchung im Vakuum die Anwendung des Kalziumlichtbogens gut bewährt.

Es ist interessant, festzustellen, daß das Grundglied der Dubletts im Natrium, die berühmten eigentlichen *D*-Linien, die gesamten Eigenschaften einer „Störung im schwachen Felde" besitzen. Seitdem man gefunden hat, daß 3303 des Natriums in der Lagerung verzerrt ist[1]), war es zu erwarten, daß bei dem Grundglied dieselben Eigenschaften nicht nur da sind, sondern daß ihre Größen eine Nachprüfung gestatten, denn das, was in den absoluten Verschiebungen durch den weiteren Abstand der Linien herabgesetzt ist, ist durch den Maßstab der Aufspaltung beinahe auf dasselbe gebracht[2]).

Einer Beobachtung dieses Effekts widersetzen sich die Unschärfe und die leichte Umkehrbarkeit des *D*-Paares bei gewöhnlichen Natriumaufnahmen; somit war dafür zu sorgen, die Komponenten der aufgespaltenen Linien möglichst scharf und schmal zu bekommen. Der folgende Weg war dazu eingeschlagen. Das *D*-Paar war als Restlinie aufgenommen, hauptsächlich als Verunreinigung der Siemens-*A*-Kohlen, mit denen im Funken gearbeitet wurde, möglichst aber auch der verwendeten Nitrate anderer Elemente, deren Spektra photographiert wurden. Natürlich war dabei die Intensität der Linien stark herabgesetzt und eine lange Exposition (bis $4^1/_2$ Stunden, die Pausen zur Einstellung der Elektroden nicht mitgezählt) nötig geworden; doch das letzte machte keine Schwierigkeiten, da das Dublett immer nebenbei photographiert wurde, hauptsächlich während der *Ca*-Aufnahmen. Die erzielte Schärfe war eine vollständig genügende, doch mußte man sich nur auf die erste Ordnung beschränken (die zweite Ordnung des hiesigen großen Konkavgitters ist lichtschwach, eine dritte für Aufnahmen von Restlinien im Gelb natürlich nicht benutzbar). Die Ausmessung wurde wie folgt durchgeführt.

Für die feldlosen Wellenlängen wurden Rowlands Werte (5896,156 und 5890,186 Å.-E.) genommen. Für die Bestimmung des Abstandes der Komponenten auf der Platte wurden drei Reihen von Messungen unternommen; sie gaben

2,462 mm
2,461 „
2,462 „
2,462 mm

im Durchschnitt, so daß daraus die Dispersion für die angegebene Gegend sich als 2,425 Å.-E. pro Millimeter berechnete; sie stimmte mit der aus der Dispersionskurve des Gitters erhaltenen 2,422 gut überein.

Wegen der gegenseitigen, verhältnismäßig großen Entfernung der *D*-Linien (die Anordnung des großen Konkavgitters für den Zeemaneffekt ist in Tübingen nach Runge und Paschen durchgeführt, was eine große, aber rasch wechselnde Dispersion herbeiführt) wurde die Lagerung der Komponenten separat für jede der Linien bestimmt, indem man willkürlich die Schwerpunkte der Paare paralleler Komponenten jeder der Linien mit der feldlosen Lage identifizierte. Es wurden fünf Gruppen von Messungen vorgenommen, die unter der gemachten Annahme folgende Wellenlängen sämtlicher magnetischer Komponenten (*a*, *b*, ..., *j*) zeigten:

	Mittelwerte aus der					Durchschnittswerte
	ersten Gruppe	zweiten Gruppe	dritten Gruppe	vierten Gruppe	fünften Gruppe	
			Komponente D_1			
a	5896,877	5896,880	5896,878	5896,877	5896,879	5896,878
b	5896,521	5896,522	5896,522	5896,522	5896,520	5896,521
c	5895,791	5895,790	5895,790	5895,790	5895,792	5895,791
d	5895,430	5895,433	5895,433	5895,429	5895,431	5895,431
			Komponente D_2			
e	5891,081	5891,080	5891,085	5891,081	5891,078	5891,081
f	5890,737	5890,738	5890,738	5890,740	5890,736	5890,738
g	5890,369	5890,368	5890,365	5890,367	5890,366	5890,367
h	5890,000	5890,004	5890,007	5890,005	5890,006	5890,005
i	5889,652	5889,650$_5$	5889,648	5889,650$_5$	5889,655	5889,652
j	5889,274	5889,277	5889,280	5889,278	5889,283	5889,278

Bei der Ausrechnung der Lage der Komponenten wurde für die Dispersion 2,423 Å.-E. pro Millimeter genommen.

Diese Messungen wurden auch zur Ermittlung des Abstandes des parallelen Lichtes von D_2 vom gesamten Licht der D_1 verwendet; sie wurden in drei Gruppen geteilt, denen verschiedene Gewichte beigelegt waren; so ergaben sich $2{,}471_5$ mm als Abstand. Ihm entspricht eine gegenseitige Verschiebung im Felde von

1) E. Back, Ende 1912.

2) In der Tat habe ich mich bei visuellen Beobachtungen der *D*-Linien in Fällen, wenn sie scharf erschienen, vorerst davon überzeugt, daß sie nicht nur in der Intensität, sondern auch in der Lagerung verzerrt sind.

$0{,}009_5$ mm oder 0,023 Å.-E. nach der angewendeten Dispersion.

Die Gruppierung der Komponenten ist auf den Fig. 2 und 3 wiedergegeben, wobei oben die Lagerung entsprechend der Prestonschen Regel angegeben ist. Sie ist auf ein Feld 33,22 Kgs. $\pm$ 0,2 Proz. bezogen, das mit Hilfe der Linien:

Sr	4607,52	(zweite und dritte Ordnung),
Ca	*H* und *K*	(vierte Ordnung),
Sr	4077,90	(vierte Ordnung),
Ba	4554,22	(zweite und dritte Ordnung),
Cu	3274,08	(fünfte Ordnung),
Ca	6122,45 6102,95	(erste Ordnung),
Ca	4318,80 4302,69 4299,14 4283,16	(zweite Ordnung)

ermittelt ist, die entsprechend den Grundgebilden der einfachen Linien, Dubletts und Tripletts, und der ersten $3a/2$-Gruppe angehören.

Somit ist das Bild der Verzerrung des *Be*-Paares im großen und ganzen wiedergegeben. Ein Vergleich zwischen den beiden Grundpaaren zeigt folgendes:

A. Die Angaben 1.—3. sind bei Natrium exakt erfüllt; doch konnte man vielleicht aus der Lagerung der Komponenten schließen, daß die Ausmessung die Lage einiger senkrechten Komponenten von BeD_2 etwas verzeichnet hat.

B. Wie bekannt [Ann. d. Phys. (4) **40**, 478, 1913] hat A. Sommerfeld das für den Endeffekt nötige Feld proportional der Schwingungsdifferenz gesetzt. Im allgemeinen kann man in derselben Weise annehmen, daß ein gewisser Zustand der Störung (Intensitätsänderung oder Verschiebung) durch ein Feld hervorgerufen wird, das in der von ihm angegebenen Weise vom ursprünglichen Abstand bedingt ist. Da einerseits für verschiedene Gebilde einer Art die Störung bei gleichem Felde umgekehrt proportional dem Abstand zu setzen ist, andererseits der Verlauf der Störung für dasselbe Gebilde in einem nicht zu großen Bereich in erster Annäherung proportional dem Felde[1]) angenommen sein könnte, so gestattet dies, auf indirektem Wege den Abstand des parallelen Lichtes von BeD_2 von dem gesamten Licht der D_1 zu ermitteln. Man hat

$$(\delta\lambda)_{Be} = \frac{\left(\frac{\lambda^2}{v}\right)_{Be}}{\left(\frac{\lambda^2}{\delta\lambda \cdot v}\right)_{Na}} \cdot \frac{H'}{H}.$$

Berechnet man den ersten Bruch mit Hilfe der Daten:

Wellenlängen	$\lambda_{Be} =$	3130,9,
	$\lambda_{Na} =$	5893,2,
Schwingungsdifferenzen	$v_{Be} =$	6,57,
	$v_{Na} =$	17,21,

Abstand des parallelen Lichtes

$$(\delta\lambda)_{Na} = 0{,}023 \text{ Å.-E.},$$

so bekommt man

$$(\delta\lambda)_{Be} = 0{,}017 \text{ Å.-E.},$$

was in genügender Übereinstimmung mit dem aus den angegebenen Messungen erhaltenen Werte $(\delta\lambda)_{Be} = 0{,}021$ Å.-E. steht (würde man noch auf das verwertete Feld interpolieren, so kommt nach der Multiplikation durch $\frac{H'}{H} = 1{,}17$ für $(\delta\lambda)_{Be}$ der Wert 0,020 Å.-E. heraus, was mit der beobachteten Größe vollständig übereinstimmt; der Unterschied liegt aber ohnehin in den Grenzen der vorkommenden Fehler).

C. Einen reellen Unterschied könnte die Aufspaltung des parallelen Lichtes von D_1 bei *Na* und *Be* geben; während bei *Be* diese Aufspaltung geringer ist, als es dem Prestonschen Werte entsprechen würde, ist sie bei den D-Linien immer etwas größer (um 0,007 Å.-E.) als normal gefunden, was kaum Messungsfehler zugrunde hat. Die Erklärung davon würde sich ohne weiteres aus dem in B. Gesagten ergeben.

Schwieriger als die relativ zueinander gemessenen Verschiebungen der Komponenten ist bei den D-Linien ihre absolute Verschiebung zu verfolgen. Dies war geschehen, indem man für D_1 die Abstände der feldlosen Linie und des Schwerpunktes des gesamten Lichtes von den zweiten Ordnungen der Linien *Sr* 2932 und *Fe* 2967,02 bestimmte. Für das parallele Licht von D_2 wurden dazu noch die Linien *Ba* 5826,51 und 5853,92 herangezogen. Der letzten Verschiebung entsprechen 4 Reihen von Bestimmungen

gemessen	nach	*Sr*	2932	0,003 mm
„	„	*Fe*	2967,02	0,009 „
„	„	„	2967,02	0,009 „
„	„	*Ba*	5826,51 5853,92	0,007 „
durchschnittlich (in Å.-E. 0,017).				0,007 mm

Der Verschiebung des gesamten Lichtes von D_1 entsprachen drei Gruppen von Messungen, welche im Mittel 0,004 mm gaben (also in Å.-E. 0,010).

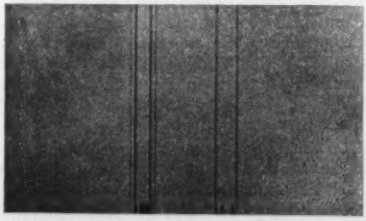
Die Angabe 0,017 Å.-E. für die Verschiebung von D_2 ‖ ist sicher zu groß; wollen wir der Forderung genügen, daß die inneren senkrechten Komponenten von D_2 sich nicht verschieben, so kommen wir auf die Größe 0,009 Å.-E. An-

[1]) Nach P. Gmelin (diese Zeitschr. **9**, 212, 1908; vgl. aber auch II, 1193, 1910) und P. Erochin (Ann. d. Phys. (4) **42**, 1054, 1913) ist die Verschiebung proportional H^2.

genommen ist das Mittel 0,013 Å.-E. der beiden Werte, das sich auch direkt aus dem Abstand im Felde und der Verschiebung von D_1 ergibt. Somit ist die Lagerung der Komponenten für das besprochene Feld eine folgende:

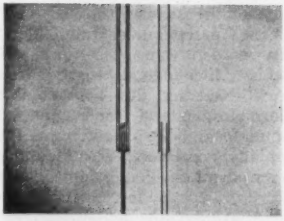
a	5896,888
b	5896,531
c	5896,801
d	5896,441
e	5891,068
f	5890,725
g	5890,354
h	5889,092
i	5889,639
j	5889,265

Schlußbemerkungen. In seiner letzten Arbeit in dem 8. Hefte des 43. Bandes der Ann. d. Phys. sind von Prof. W. Voigt die Ergebnisse dieser Untersuchung der Aufspaltung der D-Linien gestreift worden. Die Andeutungen, die in der erwähnten Arbeit gemeint sind, sind in der Reproduktion Fig. 4 am besten zu sehen. Fig. 5 reproduziert die Abstoßung des parallelen Lichtes bei den Linien in der Weise, daß die Lagerung des ∥ Lichtes von D_1 merklich



Senkrecht schwingendes Licht; Vergrößerung 6,06 fach; Maßstab 1 mm = 0,4 Å.-E.

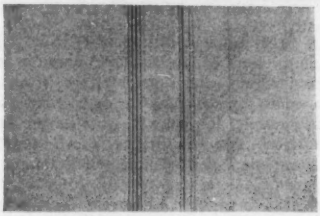
Fig. 4.



Auf der oberen Hälfte senkrecht schwingendes Licht, auf der unteren paralleles; Vergrößerung 3,03 fach; Maßstab 1 mm = 0,8 Å.-E.

Fig. 5.

dissymmetrisch zu dem ⊥ Lichte ist (∥ ist zu ⊥ wegen der Verschiedenheit der Aufnahmen verschoben). Fig. 6 reproduziert die Störungen



Gesamtes Licht (parallel schwingen die inneren Paare der Komponenten); Vergrößerung 4,04 fach; Maßstab 1 mm = 0,6 Å.-E.

Fig. 6.

von Intensitäten[1]), die die Bestätigung des Analogons zur Prestonschen Regel ergänzen (die soeben zitierte Arbeit von W. Voigt aus den Ann. d. Phys., Angabe δ).

Dem Gesagten möchte ich nur noch eins hinzufügen. Die Berylliumaufnahmen enthalten auch das Grunddublett des Bors, das bis zur vierten Ordnung ausexponiert war. Die Schwingungsdifferenz dieses Dubletts beträgt 15,3, ist also von der Größe der für die D-Linien. Unter Vergrößerung machen sich auch für das letzte Dublett alle Bestandteile der Störung der D-Linien merkbar, sowohl in Verschiebungen als auch in Intensitätsänderungen, was als eine weitere Stütze für die Universalität der Verwandlungsart einfacher Dubletts (und Tripletts) angesehen werden könnte. Einer Ausmessung wurde das Gebilde nicht unterzogen.

Diese Arbeit ist im Physikalischen Institut der Tübinger Universität durchgeführt, und der Verfasser ist für das gütige Interesse, das dem Fortschritt des experimentellen Teiles seitens des Vorstandes, Herrn Prof. F. Paschen, stets entgegengebracht wurde, ihm zum besten Dank verpflichtet.

1) Erhalten mit Hilfe von Aufnahmen mit Schwellenwertbelichtung der Platten.

Tübingen, den 4. Juli 1914.

(Eingegangen 7. Juli 1914.)

Bemerkung über die Konstante der Gesamtstrahlung eines schwarzen Körpers.
(Note on the Constant of Total Radiation of a Black Body.)

Von W. W. Coblentz.

In einer früheren Mitteilung[1]) habe ich die neuerdings veröffentlichten Daten über die Strahlungskonstanten einer gleichmäßig erwärmten Hülle, eines sogenannten schwarzen Körpers, zusammengestellt. Ich habe in jener Arbeit darauf hingewiesen, daß die beiden zur Bestimmung der Konstanten der spektralen Strahlung angenommenen Verfahren Werte liefern (Warburg: $C_2 = 14376$, Coblentz: $C_2 = 14456$), die bis auf etwa 0,5 v. H. übereinstimmen. Das ist für zwei weit voneinander abweichende Verfahren eine bemerkenswert enge Übereinstimmung. Indessen ist schwer zu sagen, welcher Wert der richtige sein mag. Jene Forscher, die eine Übereinstimmung vom theoretischen Standpunkt aus anstreben, geben dem niedrigeren Werte den Vorzug; jene dagegen, die sich damit beschäftigen, die Temperaturskala über den Schmelzpunkt des Palladiums hinaus auszudehnen, halten es für wünschenswert, einen hohen Wert, $C_2 = 14500$, zu benutzen[2]).

Zur Bestimmung des Koeffizienten der Gesamtstrahlung (der häufig als Stefansche Konstante bezeichnet wird) stehen uns zahlreiche Verfahren zu Gebote. In der oben genannten Zusammenstellung habe ich darauf aufmerksam gemacht, daß sich die nach diesen verschiedenen Verfahren ermittelten Zahlenwerte leicht in zwei Gruppen teilen lassen, nämlich in niedrige und in hohe Werte. Der Mittelwert der Gruppe niedriger Werte ist von der Größenordnung

$$\sigma = 5{,}6 \cdot 10^{-12}\ \text{Watt} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{Grad}^{-4}.$$

Die hohen Werte bewegen sich zwischen

$$\sigma = 5{,}9 \cdot 10^{-12}\ \text{Watt} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{Grad}^{-4}$$

und

$$\sigma = 6{,}3 \cdot 10^{-12}\ \text{Watt} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{Grad}^{-4}.$$

Der Zweck meiner gegenwärtigen Mitteilung ist, über eine Reihe vorläufiger Messungen von σ zu berichten; das dabei verwandte Instrument ähnelt einigermaßen jenem, das Gerlach[3]) benutzt, und mit dem er einen hohen Wert erhalten hatte.

Angesichts des Umstandes, daß das Instrument in einer demnächst erscheinenden Arbeit über Radiometer beschrieben werden wird, mag die Angabe genügen, daß die Vorrichtung aus einem dünnen Metallstreifen besteht, der sowohl als Erhitzer wie als Empfänger dient. In geringer Entfernung hinter dem Erhitzer-Empfänger ist eine lineare Thermosäule[1]) aus Wismut und Silber angeordnet, die eine kontinuierliche Aufnahmefläche aus Zinn besitzt. Vor dem Empfänger sind Spaltbacken so angeordnet, daß sie ganz und gar entfernt werden können, und daß dann der Empfänger in seiner ganzen Breite der Strahlung ausgesetzt ist. Diese Spalte bestimmen die der Strahlung ausgesetzte Breite des Empfängers (2,5 bis 5,5 mm). Die Gesamtlänge des Empfängers beträgt etwa 30 mm zwischen den Stellen, wo er an die kräftigen Kupferklemmen befestigt ist. Spannungszuführungen aus 0,005 mm (auch solche aus 0,025 mm) dickem Platindraht sind in etwa 3 mm Abstand von den Enden des Empfängers befestigt. Gerlach brachte seine Spannungszuführungen auf den starken Elektroden an den Enden des Empfängers an. Die der Strahlung ausgesetzte Länge des Empfängers wird durch die Entfernung (23 bis 24 mm) zwischen den Spannungszuführungen bestimmt oder durch Spalte vor den Enden des Empfängers, deren Kanten unmittelbar über diesen Spannungszuführungen liegen. Es ließ sich (bis auf 1 : 600) kein Unterschied zwischen den mit und ohne diese Spalte vor den Enden des Empfängers erhaltenen Galvanometerausschlägen nachweisen. Deshalb wurden die meisten Messungen ohne die Spalte an den Enden angestellt. Es wurden mit verschieden starker Überdeckung der Spalte längs der Seiten des Empfängers Messungen vorgenommen.

Das Beobachtungsverfahren besteht darin, daß der Empfänger der Strahlung ausgesetzt und der Galvanometerausschlag verzeichnet wird. Die Empfindlichkeit des Radiometers war derartig, daß eine Temperaturänderung des schwarzen Körpers um $0{,}1^0$ eine Änderung des Ausschlages um 1 mm hervorbrachte. Der Empfänger wird dann dadurch erhitzt, daß man einen Strom durch ihn hindurchschickt, der genügt, um sehr nahezu denselben Ausschlag zu erzeugen, der durch die Absorption der strahlenden Energie verursacht worden war. Die durch den Empfänger-Erhitzer fließende elektrische Strommenge wird durch Messung des Potentialabfalles in einem Normalwiderstand von 1 Ohm bestimmt. Die Spannung an den Spannungszuführungen wird ebenfalls gemessen. Zur Messung dieser Spannungen dient ein Pontentiometer von Leeds and Northrup, Type K, mit einem Nebenschluß von 0,1. Aus diesen beiden Messungen ist die Energiezufuhr leicht zu bestimmen.

Es wurden zweierlei Empfänger benutzt. Die

1) Jahrb. d. Rad. 10, 340, 1913.
2) Mendenhall und Forsythe, Phys. Rev. (2) 3, 492, 1914.
3) Gerlach, Ann. d. Phys. (4) 38, 1, 1912.

1) Bull. Bur. Stand. 9, 31, 1911.

von „Therlo" (Nr. 1 und 3 der Tabelle) waren 0,007 bis 0,008 mm dick. Sie wurden mit einem Gemisch aus Lampenruß und Platinschwarz bestrichen und dann berußt, wie ich dies in einer früheren Mitteilung[1]) beschrieben habe. Das Reflexionsvermögen von Lampenruß wurde zu 1,3 v. H. angenommen; diesen Wert benutzten wir, um die hier mitzuteilenden Daten zu erhalten. Die Platinempfänger (Nr. 2 und 4 der Tabelle) wurden aus dem dünnsten für Bolometer verwendeten Material hergestellt. Ihre Dicke betrug wahrscheinlich weniger als 0,1 der „Therlo"-Empfänger. Sie wurden auf elektrolytischem Wege mit Platinschwarz überzogen, dessen Reflexionsvermögen (1,4 bis 1,8 v. H.) wir durch Vergleichung mit den Proben schätzten, deren Reflexionsvermögen früher bestimmt worden war.

Der Strahler war ein elektrisch erhitztes Porzellanrohr nach Lummer und Kurlbaum, das mit einem Gemisch aus Kobaltoxyd und Chromoxyd in der an anderer Stelle[2]) beschriebenen Weise geschwärzt worden war. Der Schirm und die Blenden bestanden aus drei Teilen, die sämtlich mit Wasserkühlung versehen waren. Die dem Empfänger zugekehrte Blende mit Wasserkühlung hatte einen Durchmesser von 20 cm bei einer Dicke von 3 cm und einer Öffnung von 4,5 mm Durchmesser. Der Raum zwischen dieser Blende und dem Empfänger enthielt Phosphorpentoxyd und wurde dadurch trocken gehalten. Eine größere Blende mit Wasserkühlung von 25 cm Durchmesser und 1,5 cm Dicke mit einer Öffnung von 2 cm Durchmesser war dicht am Strahler angeordnet. Zwischen dieser Blende und der dem Empfänger zugekehrten befand sich ein beweglicher 1 cm dicker Schirm mit Wasserkühlung, der auf konstanter Temperatur gehalten werden konnte. Dieser Schirm und die Öffnung in der dem Empfänger zugekehrten Blende mit Wasserkühlung waren so eingerichtet, daß sie zusammen einen kleinen schwarzen Körper bildeten, dessen Temperatur bis auf 0,1° konstant gehalten werden konnte.

Die große Verschiedenheit in der Dicke der

Versuchsreihe	Empfänger Länge in mm	Empfänger Breite in mm	Entfernung in mm	Temperatur in ° C	Korrektion für die Reflexion in Proz.	σ a)	σ b)	Bemerkungen
	Nr. 2							
VIII . . .	24,356	3,192	356,1	922,3	1,4	5,73	5,72	Spalt auf der Seite
IX	24,354	3,192	356,1	922,3		5,72		Endspaltbacken entfernt.
	Nr. 1							
XI	23,092	2,150	463,3	896,5	1,3	5,71		Spalt auf der Seite.
XII . . .			316,0	894,3		5,60	5,60	Spalt.
XIII . . .			330,0	894,4		5,73	5,71	„
XIV . . .			309,3	880,1		5,70	5,70	„
XV . . .	23,092	2,545	310,1	879,5		5,80	5,80	Kein Spalt.
	Nr. 3							
XVI . . .	24,910	4,990	314,0	944,5	1,3	5,56	5,52	Spalt.
XVII . .			326,8	943,8		5,51	5,52	„
XVIII . .			268,3	943,2		5,56	5,49	„
XX . . .	24,910	5,051	270,6	867,9		5,61	5,59	Kein Spalt.
XXI . . .			309,8	866,8		5,63	5,64	„ „
XXII . .			255,3	867,0		5,57		„ „
XXIII . .			255,3	867,0		5,57		„ „
XXIV . .	24,910	4,992	283,3	881,4		5,52	5,52	Spalt.
XXV . .			307,4	881,5		5,58	5,60	„
XXVI . .	24,910	4,435	307,4	901,4		5,73	5,73	Spalt enger.
XXVIIa .			324,0	901,5		5,73		„ „
XXVIIb			281,4	900,6		5,63	5,62	„ „
	Nr. 4							
XXVIII .	26,565	5,508	292,5	938,0	1,8	5,51	5,53	Spalt.
XXIX . .			320,5	938,0		5,49	5,52	„ . Batterie ändert sich.
XXX . .			298,1	937,8		5,53	5,54	„
XXXI . .			323,2	937,4		5,53	5,56	„
XXXII .	26,565	5,536	324,5	938,8		5,61	5,62	Kein Spalt.
XXXIII .			324,5	920,9	1,3	5,62	5,63	„ „ . Berußt.
XXXIV .			289,3	920,5		5,63	5,64	„ „ . „
XXXV .	26,565	5,490	288,5	930,4		5,57	5,55	Spalt. Berußt.
XXXVI .			320,3	930,0		5,57	5,57	„ . „

Mittelwert: $\sigma = 5{,}61 \cdot 10^{-12}$ Watt · cm^{-2} · Grad^{-4}

1) Bull. Bur. Stand. **9**, 283, 1913. 2) Bull. Bur. Stand. **10**, 2, 1913.

benutzten Empfänger lieferte Angaben, welche die Frage nach dem Einfluß der Dicke des Empfängers beantworten.

Wie bereits erwähnt wurde, befanden sich die Spannungszuführungen 3 mm von den starken Elektroden entfernt. Dadurch, daß der ganze Empfänger der Strahlung ausgesetzt wurde, wurde die Frage nach der Leitung von den Enden aus ausgeschaltet. Der Betrag der Abkühlung durch Leitung längs der Spannungszuführungen ist unbedeutend und war durch Verwendung 0,005 und 0,025 mm starken Platindrahtes nicht nachzuweisen.

Wie die Tabelle zeigt, ist der Einfluß, den die Beseitigung des Spaltes und die dadurch bewirkte Aussetzung des ganzen Empfängers gegen die Strahlung hat, nicht konstant genug, um als real gedeutet werden zu können. Wenn die Spalte sich erheblich überdecken (Versuchsreihen XXVI und XXVII), scheint eine Tendenz zu hohen Werten zu bestehen. Der Empfänger Nr. 4 aus elektrolytisch geschwärztem Platin lieferte ein wenig niedrigere Werte als spätere Messungen (Versuchsreihen XXVIII usf.) mit dem Empfänger, nachdem dieser einen weiteren Rußüberzug von einer Walratkerze erhalten hatte. Dies beruht möglicherweise darauf, daß ein kleiner Raum auf diesem Empfänger nicht sehr gleichmäßig (elektrolytisch) geschwärzt worden war, und daß die Korrektion für die Reflexion vielleicht einen höheren Wert als 1,8 v. H. hatte.

Die ersten erhaltenen Werte waren von der Größenordnung

$$\sigma = 6{,}0 \cdot 10^{-12}\ \text{Watt} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{Grad}^{-4}$$

bis

$$\sigma = 6{,}3 \cdot 10^{-12}\ \text{Watt} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{Grad}^{-4}.$$

Das Gesetz der umgekehrten Quadrate galt nicht. Nach Beseitigung der zerstreuten Strahlung stimmten die Messungen mit dem Gesetz der umgekehrten Quadrate streng überein. Der Mittelwert aus diesen vorläufigen Messungen ist

$$\sigma = 5{,}6 \cdot 10^{-12}\ \text{Watt} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{Grad}^{-4}.$$

Dieser Wert ist unter der Annahme berechnet, daß sämtliche Daten in der Tabelle dasselbe Gewicht haben. Dies kann kaum der Fall sein, und ich persönlich bin geneigt, den mit den Empfängern Nr. 3 (Therlo) und Nr. 4 (Platin) erhaltenen Messungen das größte Gewicht beizulegen. Die Werte der Versuchsreihe XV, bei denen die Spalte fortgenommen waren, sollten bei der Mittelberechnung nicht mit einbezogen werden, weil möglicherweise zerstreute Strahlung von den Rändern her auf den Thermosäulen-Empfänger fiel.

Die einzelnen Messungen liefern ziemlich weit auseinandergehende Werte. Es handelt sich jedoch einfach um einen vorläufigen Versuch unter Verwendung verschiedener Anordnungen der Spalte usw. Wie bereits erwähnt, sind die Daten angesichts der Tatsache interessant, daß ein ganz ähnliches Instrument in den Händen eines anderen Experimentators einen sehr abweichenden Wert ergeben hat.

Das Verfahren ist sehr vielversprechend. In Verbindung mit der Wismut-Silber-Thermosäule ist das Instrument sehr empfindlich, so daß ein d'Arsonval-Galvanometer benutzt werden konnte. Seinem Verhalten nach darf man hoffen, es als Pyrometer für die Gesamtstrahlung verwenden zu können. Das Galvanometer ist dann einfach ein Zeigerinstrument. Das Instrument kann im Vakuum benutzt werden, und nach der Natur seines Baues und seiner Handhabung scheint es, als würde es keine Schwierigkeiten in betreff der Änderung der Strahlungsempfindlichkeit mit der Änderung des Gasdruckes bieten, solange während der Ausführung der Messungen der Druck konstant bleibt.

Washington, 2. Juli 1914.

(Nach dem Manuskript aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 20. Juli 1914.)

Über ein Seitenstück zum Wienschen Verschiebungsgesetz.

Von J. Salpeter.

Bekanntlich lautet das Wiensche Verschiebungsgesetz:

$$\lambda_m T = \text{konst.}, \qquad (1)$$

wo λ_m die Wellenlänge bedeutet, auf die bei der Temperatur T das Maximum der Intensität im Spektrum des schwarzen Körpers fällt. Man gewinnt die Gleichung (1) aus dem Planckschen Strahlungsgesetze:

$$E_\lambda = \frac{c_1}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1}, \qquad (2)$$

indem man

$$\frac{\partial E_\lambda}{\partial \lambda} = 0 \qquad (3)$$

setzt. Für die Konstante der Gleichung (1) ergibt sich der Wert

$$\frac{c_2}{\alpha} = 0{,}289\ \text{cm} \cdot \text{grad},$$

wo α die Wurzel der transzendenten Gleichung:

$$e^{-\alpha} + \frac{\alpha}{5} - 1 = 0$$

ist.

Gleichung (1) kann man auch so ausdrücken: bei konstant gehaltenem T existiert ein gewisser ausgezeichneter Wert der Wellen-

länge λ. Es ist nun sehr naheliegend zu fragen, ob es auch bei konstant gehaltenem λ einen ausgezeichneten Wert von T gibt. Würde man ähnlich verfahren wie bei Herleitung der Gleichung (1), so würde man nicht zum Ziele gelangen, weil $\frac{\partial E_\lambda}{\partial T}$ wesentlich positiv ist und keine Nullstellen besitzt. Anders verhält sich die Sache, wenn man der Betrachtung nicht die Funktion E_λ, sondern das Verhältnis

$$\eta(\lambda, T) = \frac{E_\lambda}{\int_0^\infty E_\lambda \, d\lambda}$$

zugrunde legt. Die Funktion $\eta(\lambda, T)$ hat eine physikalisch anschauliche Bedeutung. Denken wir uns nämlich eine Glühlampe, deren Glühfaden die Strahlungseigenschaften des schwarzen Körpers besitzt, denken wir uns ferner, daß wir vom Licht dieser Lampe nur das Licht im Gebiete der Wellenlänge λ herausblenden, so stellt $\eta(\lambda, T)$ den Wirkungsgrad dieser monochromatischen Lichtquelle dar. — Die Funktion $\eta(\lambda, T)$ hat nun die Eigenschaft, daß sowohl die Gleichung:

$$\frac{\partial \eta}{\partial \lambda} = 0 \tag{4}$$

wie auch die Gleichung:

$$\frac{\partial \eta}{\partial T} = 0 \tag{5}$$

eine Wurzel besitzt. Aus Gleichung (4) ergibt sich dieselbe Gleichung (1) wie aus Gleichung (3), während Gleichung (5) ähnlich ergibt:

$$\lambda T_m = \text{konst.}, \tag{6}$$

aber mit einem anderen Wert der Konstante. Die Gleichung (6) bildet ein Seitenstück zu Gleichung (1); es bedeutet in ihr T_m diejenige Temperatur, auf die bei konstant gehaltenem λ das Maximum des Verhältnisses $\frac{E_\lambda}{\int_0^\infty E_\lambda \, d\lambda}$, also der maximale Wirkungsgrad fällt. Der numerische Wert der Konstante ist gleich $\frac{c_2}{\beta}$, wo β die Wurzel der transzendenten Gleichung:

$$e^{-\beta} + \frac{\beta}{4} - 1 = 0$$

ist, also rund

$$\beta = 3{,}92 \quad \text{und} \quad \frac{c_2}{\beta} = 0{,}37 \text{ cm} \cdot \text{grad}.$$

Aus der Verschiedenheit der Konstanten der Gleichungen (1) und (6) folgt, daß bei konstant gehaltenem λ das Maximum des Wirkungsgrades η auf eine Temperatur T_m fällt, bei der das Maximum der Intensität nicht auf die festgehaltene Wellenlänge λ fällt. Dies ist aber auch nicht zu verwundern, weil der Wert der Konstante der Gleichung (1) wesentlich auch dadurch mit bedingt ist, daß wir die Energieverteilung im Spektrum auf Wellenlängen beziehen, und nicht etwa auf Schwingungszahlen[1]). Würde man die Energieverteilung auf Schwingungszahlen beziehen, so würde zwar ebenfalls eine Gleichung

$$\lambda_m T = \text{konst.} \tag{7}$$

resultieren, aber mit einem anderen Werte der Konstante, d. h. also mit einer anderen Lage des Intensitätsmaximums im Spektrum; die Konstante der Gleichung (7) ist gleich $\frac{c_2}{\gamma}$, wo γ Wurzel der transzendenten Gleichung:

$$e^{-\gamma} + \frac{\gamma}{3} - 1 = 0$$

ist, also rund

$$\gamma = 2{,}82 \quad \text{und} \quad \frac{c_2}{\gamma} = 0{,}51 \text{ cm} \cdot \text{grad}.$$

Der Wert der Konstante der Gleichung (6) liegt zwischen denen der Gleichung (1) und (7).

Zu beachten ist, daß sich — bei festgehaltenem λ — der Wert von T_m nicht ändern würde, wenn wir anstatt der absoluten Temperaturskala eine beliebige andere zugrunde legen würden. Mit anderen Worten, würden wir die Substitution $\vartheta = f(T)$ einführen, wo $f(T)$ eine differenzierbare, eindeutige und eindeutig umkehrbare, aber sonst willkürliche Funktion ist, so würde bei festgehaltenem λ das Maximum von η auf die Temperatur $\vartheta_m = f(T_m)$ fallen, während — bei festgehaltenem T — der Wert von λ_m bei einer ähnlichen Substitution sich ändern würde. Der innere Grund dieses verschiedenen Verhaltens der Funktion $\eta(\lambda, T)$ den Variablen λ und T gegenüber liegt darin, daß es ein streng monochromatisches Licht in der Natur nicht gibt, während die Temperatur eines Körperelementes schon dem Temperaturbegriffe nach nur einen einzigen Wert haben kann. Wir müssen nämlich immer definieren: $E_\lambda d\lambda$ ist die auf das Gebiet $(\lambda, \lambda + d\lambda)$ fallende Strahlungsenergie bei der Temperatur T. E_λ ist somit als eine durch Differentiation nach λ entstandene Größe zu denken und daher in dieser Beziehung als eine mehr mathematisch-formelle denn als physikalische Größe aufzufassen. Die Bedeutung der Gleichung (6) bleibt hingegen von dieser Auffassung unberührt.

1) Vgl. Planck, Theorie der Wärmestrahlung, 1913, S. 18.

Ujpest bei Budapest, Juli 1914.

(Eingegangen 17. Juli 1914.)

Über eine Eigenschaft der ungeordneten Bewegung.

Von Karl Przibram.

Angeregt durch M. v. Smoluchowskis[1]) im April 1913 in Göttingen gehaltenen Vortrag habe ich eine Anzahl von Beobachtungen der Brownschen Bewegung auf folgende Weise behandelt: Die in gleichen Zeiten beobachteten Absolutwerte der Verschiebungen wurden in Paare zusammengefaßt und von je zwei Verschiebungen immer die größere ausgewählt. Das arithmetische Mittel aus diesen Zahlen bedeutet dann die mittlere maximale Verschiebung unter zwei Beobachtungen. Durch Wiederholung dieses Vorganges, indem die durch diese Auslese gewonnenen Zahlen wieder in Paare gefaßt und immer die größeren von je zwei Zahlen ausgewählt werden, erhält man die mittlere maximale Verschiebung λ_{max} unter 4, 8, 16, ... n Beobachtungen. Um ein vergleichbares Material zu gewinnen, wurden die erhaltenen Mittelwerte durch die Quadratwurzel aus dem mittleren Verschiebungsquadrat dividiert.

In der folgenden Tabelle habe ich zunächst die Resultate aus meinen eigenen Beobachtungen[2]) an der Brownschen Bewegung von abgetöteten Bakterienketten angegeben. (An diesem Material konnte ich zeigen, daß, wie die Theorie fordert, die mittlere Verschiebung dieser stäbchenförmigen Teilchen in der Längsrichtung größer ist als in der Querrichtung, und daß die in diesem Falle besonders leicht zu beobachtenden Brownschen Drehungen mit guter Annäherung der Theorie entsprechen.) Es wurden vorläufig sechs Serien verwendet, die insgesamt für Längs- und Querverschiebungen und Drehungen je 334 Einzelbeobachtungen umfassen. Wie man sieht, ist der Anstieg der $\lambda_{max.}$ mit n für die drei verschiedenen Größen ein ziemlich analoger.

Dasselbe Verhalten findet sich bei den Beobachtungen anderer Autoren wieder. Ich habe zunächst zwei Stichproben aus den Beobachtungen von R. v. Ettenreich[1]) über die Brownsche Bewegung von Quecksilberkügelchen in Wasser genommen (Nr. 21 und 22 seiner Tabellen), und zwar für Vertikal- und Horizontalverschiebungen, und im Mittel die in der Tabelle angegebenen Zahlen erhalten. Dasselbe ergeben die von J. Nordlund[2]) mitgeteilte Serie, ebenfalls für Quecksilbertröpfchen in Wasser, und drei Stichproben aus den Beobachtungen von F. Ehrenhaft[3]) an Quecksilbertröpfchen in Gasen.

Die Gesamtmittel liegen annähernd auf einer durch den Ursprung gehenden Geraden, wenn man als Abszissen $\sqrt{_{10}\log n}$ aufträgt, wie die Figur zeigt, so daß annähernd die Beziehung gilt:

$$\bar{\lambda}_{max} = 1{,}91\sqrt{_{10}\log n}\,. \qquad (1)$$

Genauer genommen liegen die Punkte auf einer gegen die Abszissenachse schwach konvexen Kurve, die die Ordinatenachse in der Höhe

Beobachter	Art der Beobachtung	Zahl der Einzelbeobachtungen	Mittlere maximale Verschiebung (bzw. Drehung) bezogen auf $\lambda^2=1$ für n = 1	2	4	8	16	32
K. Przibram . .	Brownsche Bewegung: Drehung	334	0,819	1,11	1,46	1,74	1,89	2,09
	Brownsche Bewegung: Längsverschiebung	334	0,807	1,11	1,42	1,70	1,97	2,34
	Brownsche Bewegung: Querverschiebung	334	0,772	1,09	1,46	1,79	2,19	2,66
R. v. Ettenreich .	Brownsche Bewegung: Quecksilber in Wasser	224	0,776	1,11	1,46	1,81	2,13	2,44
J. Nordlund . .	Brownsche Bewegung: Quecksilber in Wasser	53	0,795	1,18	1,53	1,72	2,10	2,42
F. Ehrenhaft . .	Brownsche Bewegung: Quecksilber in Gasen	113	0,823	1,07	1,39	1,74	2,19	—
	Mittel	1392	0,798	1,10	1,45	1,75	2,05	2,38
	Nach Gleichung (5) berechnet		0,798	1,13	1,45	1,76	2,23	2,51
K. Przibram . .	Ungeordnete Bewegung lebender Infusorien	153	0,771	1,02	1,37	1,62	1,83	—

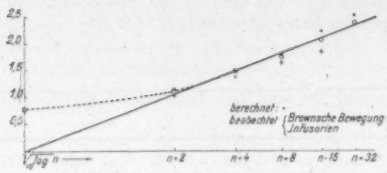
1) „Vorträge über die kinetische Theorie der Materie und der Elektrizität" (Leipzig, B. G. Teubner, 1914). Zur Einführung in die Theorie der ungeordneten Bewegung vgl. „Die Brownsche Bewegung und einige verwandte Erscheinungen", von G. L. de Haas-Lorentz (Braunschweig, Vieweg & Sohn, 1913).

2) Wiener Ber. 121, 2393—2350, 1912; 122, 1895 bis 1912, 1913; Wiener Anz. vom 12. Juni 1914.

1) Wiener Ber. 121, 1163—1187, 1912. Für λ^2 wurden die sich direkt aus den Beobachtungen ergebenden, nicht die korrigierten gewählt.

2) Zeitschr. f. phys. Chem. 87, 40—62, 1913.

3) Wiener Ber. 123, 53—155, 1914 (Nr. I*, III* und VII*).



0,798 schneidet, entsprechend der mittleren Verschiebung $\bar{\lambda}$ für $n = 1$.

Die Beobachtungen stehen mit den Forderungen der Theorie der ungeordneten Bewegung in guter Übereinstimmung. Herrn F. Hasenöhrl verdanke ich die folgende Ableitung:

Die Wahrscheinlichkeit, daß eine Verschiebung zwischen x und $x + dx$ beträgt, ist

$$dW = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \frac{dx}{\sqrt{2}}.$$

Die Wahrscheinlichkeit, daß unter n Beobachtungen $n-1$ kleiner als x_1 sind und eine beliebige zwischen x_1 und $x_1 + dx_1$ liegt, ist:

$$n \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x_1} e^{-\frac{x^2}{2}} \frac{dx}{\sqrt{2}} \right)^{n-1} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x_1^2}{2}} \frac{dx_1}{\sqrt{2}} = \Omega(x_1)\, dx_1. \quad (2)$$

Die wahrscheinlichste maximale Abweichung folgt aus der Bedingung, daß dieser Ausdruck ein Maximum wird:

$$\frac{d\Omega}{dx_1} = 0 = (n-1) \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x_1^2}{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} - \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x_1} e^{-\frac{x^2}{2}} \frac{dx}{\sqrt{2}} \right) \cdot x_1,$$

und hieraus:

$$\log(n-1) + \log \sqrt{\frac{2}{\pi}} - \frac{x_1^2}{2} = \log x_1 + \log \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x_1} e^{-\frac{x^2}{2}} \frac{dx}{\sqrt{2}} \right). \quad (3)$$

Für große n geht dieser Ausdruck über in:

$$x_1 = \sqrt{2 \log n} = 2 \cdot 15 \sqrt{_{10}\log n}. \quad (4)$$

Für große n zeigt also nach der Theorie die wahrscheinlichste maximale Verschiebung einen ganz ähnlichen Verlauf, wie die beobachtete mittlere maximale Verschiebung (vgl. Formel 1).

Für kleine n wurde x_1 aus Gleichung (3) durch Probieren ermittelt. Es wurden folgende angenäherte Werte erhalten:

$n =$	2,	4,	8,	16,	32,
$x_1 =$	0,88,	1,29,	1,59,	1,91,	2,20.

Für $n = 16$ und 32 weichen diese wahrscheinlichsten Verschiebungen von den beobachteten mittleren nur um etwa 8 Proz. ab; für kleinere n sinken sie aber stark unter diese herab.

Die mittlere maximale Verschiebung ist gegeben durch den Ausdruck

$$_n\bar{\lambda}_{\max.} = \int_0^\infty y\, \Omega(y)\, dy = n \cdot 2^{\frac{n}{2}} \pi^{-\frac{n}{2}} \int_0^\infty y e^{-\frac{y^2}{2}} dy \left(\int_0^y e^{-\frac{x^2}{2}} dx \right)^{n-1}. \quad (5)$$

Eine allgemeine Lösung konnte hierfür noch nicht gefunden werden; nur für $n = 2$ führt eine partielle Integration sofort zum Ziele und liefert den Wert 1,13 (beob. 1,10).

Für $n = 4$, 8, 16 und 32 habe ich $\bar{\lambda}_{\max}$ durch mechanische Quadratur aus Gleichung (5) ermittelt und die angenäherten Werte 1,45, 1,76, 2,23 und 2,51 erhalten, in befriedigender Übereinstimmung mit den Beobachtungen. Daß die Übereinstimmung für die größeren n eine schlechtere ist, ist nichts Auffallendes, da hier naturgemäß nur mehr wenige Einzelbeobachtungen zur Verfügung stehen.

Wird $n = 1$ gesetzt, so erhält man einfach das arithmetische Mittel aus den Absolutwerten der Verschiebungen; dieses $\bar{\lambda}$ steht zur Quadratwurzel aus dem mittleren Verschiebungsquadrat im Verhältnis $\sqrt{\frac{2}{\pi}} = 0{,}798$. Auch diese Beziehung ist, wie die Tabelle zeigt, gut erfüllt.

Die Ableitung von (4) und (5) enthält nun nichts für die Brownsche Bewegung Charakteristisches; sie ist von den molekular-kinetischen Vorstellungen, welche sich in der Einsteinschen Formel im Faktor $\frac{2RT}{N}$ ausdrücken, ganz frei und gilt, wie die Beziehung $\bar{\lambda}^2$ prop. t, für jede ungeordnete Bewegung.

Eine solche ungeordnete Bewegung anderer Art habe ich in der Wimmelbewegung lebender Infusorien in einem Wassertropfen nachgewiesen, für die ich die Beziehung $\bar{\lambda}^2$ prop. t gut bestätigen konnte[1]). Insgesamt 822 Einzelbeobachtungen an 46 Tierchen der Gattung Paramaecium, Colpidium und Trachelomonas ergaben für das Verhältnis der $\bar{\lambda}^2$ bei Verdoppelung des Beobachtungsintervalles t von 4 auf 8 Sek. den Wert

1) Archiv für die ges. Physiologie **153**, 401—405, 1913.

2,11. Ich habe nun auch die hier mitgeteilte Beziehung an vier der längsten Beobachtungsreihen an solchen Tierchen geprüft und wie die Tabelle und die Figur zeigen, mit einer gewissen, den geringeren Beobachtungszahlen entsprechenden Annäherung bestätigt gefunden.

Wien, 8. Juli 1914.

(Eingegangen 10. Juli 1914.)

Zur Kenntnis des Überganges von der geordneten zur Turbulenzströmung in Kapillarröhren. I.

Von Walther Sorkau.

Bei den bisher von mir untersuchten Flüssigkeiten (diese Zeitschr. **12**, 582, 1911; **13**, 805, 1912; **14**, 147 und 759, 1913) war es mir nicht möglich gewesen, mit Hilfe des benutzten Viskosimeters, das zur Erzeugung von Turbulenzreibung sehr geeignet war, in die geordnete Poiseuillesche Reibung hinab zu gelangen. Aus den drei untersten Punkten einer Beobachtungsreihe für Wasser bei 4° hatte ich für dieses den Wert $k_{4^0} = 49{,}4$ abgeleitet und versucht, den Beginn der Turbulenz aus der graphischen Darstellung zu schätzen; dies hatte mich auf den Wert von ca. 450 für die Reynoldssche Zahl K geführt. Unter der Annahme, daß die Turbulenzkurve, die sich in der graphischen Darstellung mit $\frac{\log p}{\log \frac{1}{t}}$-Koordinaten ergibt, in dem Augenblick, wo ihre Tangente die Abszissenachse unter dem Winkel von 45° schneidet, $\operatorname{tg}\alpha$ also gleich 1 ist, zur Poiseuilleschen Geraden wird, hatte ich dann die Wasserkurven durch die quadratische Gleichung

$$\log t = m - n \cdot \log p + \frac{n^2}{4m} \log^2 p$$

oder

$$p^{n - \frac{n^2}{4m} \log p} \cdot t = 10^m$$

ausgeglichen, woraus sich sofort ergab:

$$\operatorname{tg}\alpha = 1 = + n - \frac{n^2}{2m} \log p_{krit.}$$

und

$$\log p_{krit.} = \frac{(n-1)\,2m}{n^2},$$

$$\log t_{krit.} = \frac{m}{n^2}.$$

Die so gefundenen Werte für 4°:

$p_{krit.} = 0{,}0315$ kg pro cm²,
$t_{krit.} = 1343$ Sekunden

wichen aber von den aus der graphischen Darstellung direkt interpolierten Werten

$p_{krit.} = 0{,}132$ kg pro cm²,
$t_{krit.} = 371{,}4$ Sekunden

derartig ab, daß ihre Genauigkeit anzuzweifeln war.

Inzwischen habe ich meine Messungen auf die Alkohole ausgedehnt und in dem sehr zähen Benzylalkohol eine Substanz gefunden, die durch die Kapillare meines Turbulenzviskosimeters zweifellos mit Poiseuillescher Reibung fließt; die nachfolgende Tabelle von Beobachtungen bei 15° beweist dies:

p	t	pt	p	t	pt
1,946	118,6	230,8	1,321	173,9	229,7
1,896	121,4	230,2	1,283	179,0	229,7
1,839	125,1	230,1	1,248	183,8	229,4
1,794	128,7	230,9	1,215	188,3	228,8
1,747	132,0	230,6	1,141	200,4	228,7
1,695	136,3	231,0	1,081	212,4	229,6
1,644	140,5	231,0	0,976	234,3	228,7
1,600	144,3	230,9	0,701	327,0	229,2
1,557	147,9	230,3	0,647	353,2	228,5
1,515	151,7	229,8	0,598	382,5	228,7
1,475	155,7	229,7	0,554	414,0	229,4
1,435	160,7	230,6	0,493	464,4	229,0
1,399	164,5	230,1	0,445	514,8	229,1
1,358	169,2	229,8			

Das Mittel aller pt-Werte liegt etwa bei 230; das Druckintervall erstreckt sich auf über 1,5 Atmosphären. War der Triebdruck gering, so blieben bisweilen kleine Tröpfchen des Benzylalkohols an der Wandung der Schenkelröhre haften; da sich das zu messende Volumen dadurch verringerte, so wurden die Durchflußzeiten und damit die Werte von pt etwas zu klein. Immerhin sieht man deutlich, daß Poiseuillesche Reibung vorliegt. —

Tabelle 1.

Substanz: Benzylalkohol. Temperatur: 25° C.

p	t	p	t	p	t
2,462	70,4	1,631	103,0	1,002	164,4
2,413	72,0	1,592	105,7	0,9812	164,4
2,367	73,2	1,554	107,9	0,9588	173,0
2,312	74,8	1,519	110,5	0,9336	176,7
2,263	76,2	1,481	113,3	0,9092	180,9
2,219	77,7	1,442	116,4	0,8887	185,5
2,167	79,3	1,405	119,2	0,8568	192,6
2,125	80,7	1,369	122,2	0,8195	200,8
2,083	82,4	1,331	125,4	0,7828	209,7
2,043	83,8	1,299	128,1	0,7481	219,0
2,004	85,0	1,265	131,4	0,7121	230,5
1,964	87,0	1,233	135,1	0,6822	241,4
1,924	88,5	1,210	137,8	0,6439	255,4
1,873	90,8	1,176	141,3	0,6052	271,6
1,832	92,5	1,153	143,9	0,5674	289,1
1,788	94,8	1,123	147,6	0,5253	311,9
1,747	96,8	1,098	151,1	0,4852	336,6
1,712	98,7	1,068	155,4	0,4464	367,1
1,674	101,0	1,038	159,5	0,4057	403,7

Um den Übergang von der geordneten zur turbulenten Strömung in den Apparat zu bekommen, habe ich nun die Temperatur der Flüssigkeit allmählich erhöht. Das Beobachtungsmaterial für 25°, 30°, 35° 40°, 45° und 50° C enthalten die Tabellen 1—6:

Tabelle 2.

Substanz: Benzylalkohol. Temperatur: 30° C

p	t	p	t	p	t
2,296	66,1	1,617	91,2	0,8800	161,4
2,261	67,3	1,557	94,8	0,8229	172,2
2,225	68,0	1,524	96,4	0,7753	183,1
2,193	68,9	1,494	98,1	0,7332	193,2
2,157	70,1	1,464	99,8	0,6931	204,8
2,119	71,2	1,434	101,6	0,6537	215,9
2,084	72,5	1,405	103,4	0,6183	228,7
2,043	73,5	1,376	105,9	0,5898	239,6
2,009	74,6	1,347	107,7	0,5565	253,8
1,966	76,0	1,321	109,9	0,5287	267,0
1,932	77,3	1,289	112,8	0,5028	279,8
1,899	78,5	1,265	114,8	0,4695	299,6
1,865	79,7	1,231	117,9	0,4394	320,4
1,831	81,2	1,194	120,9	0,4138	340,2
1,796	82,7	1,130	127,7	0,3914	358,0
1,761	84,4	1,100	130,8	0,3642	384,9
1,728	85,9	1,048	137,0	0,3400	413,7
1,687	87,3	0,9934	144,2	0,3087	453,9
1,655	89,4	0,9391	152,0	0,2772	507,4

Tabelle 3.

Substanz: Benzylalkohol. Temperatur: 35° C.

p	t	p	t	p	t
2,579	53,3	1,720	75,8	1,008	124,1
2,541	54,2	1,690	77,1	0,9860	126,9
2,503	55,0	1,657	78,5	0,9615	129,3
2,462	55,7	1,627	80,2	0,9397	132,2
2,413	56,4	1,595	81,3	0,8949	138,4
2,378	57,3	1,563	82,8	0,8589	145,1
2,337	58,1	1,533	84,7	0,8215	150,7
2,299	59,0	1,502	85,8	0,7903	156,9
2,263	59,8	1,472	87,5	0,7468	165,6
2,228	60,7	1,444	89,2	0,7135	172,8
2,193	61,5	1,417	90,6	0,6795	180,7
2,159	62,3	1,390	92,3	0,6476	189,4
2,108	63,1	1,360	93,8	0,6109	199,8
2,088	64,1	1,331	95,7	0,5789	211,3
2,033	65,6	1,298	98,2	0,5477	223,8
1,997	66,4	1,271	99,8	0,5130	237,8
1,948	68,1	1,244	101,6	0,4824	250,9
1,923	68,9	1,214	103,8	0,4532	267,6
1,915	68,9	1,186	106,3	0,4267	284,9
1,892	69,8	1,161	108,4	0,3968	306,1
1,877	70,6	1,135	110,9	0,3531	344,3
1,859	70,8	1,108	113,4	0,3194	379,3
1,821	72,1	1,084	116,1	0,2851	424,2
1,785	73,4	1,061	118,5	0,2532	479,3
1,753	74,8	1,032	121,4	0,2249	539,0

Tabelle 4.

Substanz: Benzylalkohol. Temperatur: 40° C.

p	t	p	t	p	t
2,648	47,4	1,882	63,7	1,065	105,7
2,611	48,1	1,850	64,4	1,016	110,2
2,577	48,8	1,820	65,3	0,9683	115,3
2,547	49,3	1,790	66,4	0,9221	120,6
2,509	49,8	1,759	67,4	0,8773	126,3
2,481	50,4	1,731	68,3	0,8283	133,4
2,453	50,9	1,703	69,4	0,7821	140,8
2,416	51,2	1,676	70,4	0,7332	149,6
2,386	52,0	1,645	71,6	0,6795	160,5
2,353	52,6	1,612	72,8	0,6387	170,4
2,320	53,2	1,587	74,1	0,5980	181,6
2,288	53,8	1,554	75,4	0,5644	191,5
2,253	54,6	1,530	76,3	0,5300	203,1
2,220	55,3	1,496	77,8	0,5019	215,0
2,187	56,0	1,460	79,4	0,4743	226,2
2,152	56,5	1,428	81,1	0,4464	240,5
2,113	57,6	1,390	83,1	0,4125	259,6
2,079	58,5	1,349	85,1	0,3703	287,4
2,043	59,5	1,307	87,4	0,3384	315,1
2,011	60,3	1,266	90,2	0,3003	353,8
1,978	61,0	1,212	93,9	0,2732	390,2
1,945	61,9	1,161	97,4	0,2501	424,4
1,916	62,6	1,114	101,6		

Tabelle 5.

Substanz: Benzylalkohol. Temperatur: 45° C.

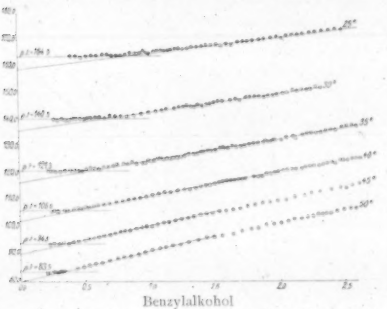
p	t	p	t	p	t
2,669	43,7	1,632	65,4	0,8392	117,8
2,598	44,6	1,581	67,2	0,7984	123,7
2,547	45,3	1,532	69,1	0,7597	129,9
2,498	45,8	1,480	71,0	0,7196	136,2
2,456	46,7	1,431	73,4	0,6809	143,0
2,387	47,7	1,383	75,8	0,6387	152,2
2,295	49,3	1,335	78,0	0,6006	160,9
2,232	50,4	1,288	80,4	0,5647	170,3
2,175	51,4	1,243	82,9	0,5259	182,3
2,101	53,0	1,197	85,7	0,4906	194,2
2,034	54,2	1,146	88,9	0,4451	213,2
1,972	55,7	1,105	92,1	0,4084	232,0
1,907	57,4	1,053	95,9	0,3744	251,4
1,850	59,0	1,009	99,5	0,3411	276,4
1,793	60,4	0,9696	103,6	0,3031	309,5
1,738	62,0	0,9282	107,9	0,2650	355,4
1,687	63,4	0,8854	112,6	0,2337	401,0

Tabelle 6.

Substanz: Benzylalkohol. Temperatur: 50° C.

p	t	p	t	p	t
2,728	39,8	1,882	53,6	0,7365	120,0
2,691	40,4	1,820	54,8	0,6795	129,0
2,655	40,7	1,770	56,2	0,6258	138,6
2,619	41,2	1,699	58,2	0,5783	149,8
2,581	41,5	1,629	59,9	0,5304	161,9
2,537	42,1	1,550	62,6	0,4856	175,4
2,486	42,8	1,487	64,9	0,4383	193,8
2,431	43,6	1,433	67,2	0,3402	245,9
2,383	44,1	1,368	69,7	0,3289	254,4
2,352	44,6	1,296	72,9	0,3177	264,2
2,320	45,1	1,235	75,9	0,3044	274,2
2,284	45,8	1,176	79,4	0,2942	283,5
2,251	46,2	1,120	82,7	0,2745	303,5
2,208	46,9	1,074	85,8	0,2745	304,2
2,159	47,7	1,015	90,1	0,2562	327,1
2,107	48,8	0,9581	94,6	0,2263	367,0
2,055	49,8	0,9024	99,4	0,2158	384,1
2,002	50,7	0,8473	105,4		
1,945	51,9	0,7916	112,5		

Bei der Berechnung der pt-Werte zeigte sich, daß bei allen Temperaturen bei kleinen Drucken noch Poiseuillesche Reibung vorhanden war; die graphische Darstellung der Beobachtungen in p/pt-Koordinaten (Figur) läßt



Benzylalkohol

Abszissenachse: Werte von p. Ordinatenachse: Werte von pt.

dies sehr deutlich hervortreten. Die Ausgleichsrechnung führte zu den folgenden Reibungskonstanten k:

Temperatur	k_P	Relativer Wert
25°	164,0	1,352
30	140,8	1,160
35	121,3	1,000
40	106,6	0,879
45	94,3	0,777
50	83,5	0,688

Um die Richtigkeit dieser Werte zu prüfen, bestimmte ich die Viskosität des Benzylalkohols in einem Ostwaldschen Reibungsröhrchen und erhielt:

Temperatur	$\eta \cdot k$	Relativer Wert
25°	560,4	1,352
30	480,8	1,160
35	414,5	1,000
40	364,8	0,880

also eine Übereinstimmung bis zur dritten Stelle hinter dem Komma, entsprechend einem Fehler von weniger als 0,1 Sekunde für mein Viskosimeter.

Von einem bestimmten Punkte an, dessen Abszisse mit steigender Temperatur (Fig. 1) kleiner wird, beginnt dann das Wachsen der pt-Werte. Es hat zunächst den Anschein, als wenn eine neue Gerade die Turbulenzreibung darstellen könnte, und in der Tat kann, wie nachher gezeigt werden wird, bis zu 40° eine gerade Linie durch sämtliche Beobachtungen gelegt werden; man sieht aber doch dann bei 50° deutlich, und die Nachrechnung bestätigt dies, daß das neue Gebiet durch eine Kurve darzustellen und nur in seinem unteren Teile durch eine lineare Gleichung auszudrücken ist. Die Konstanten dieser Gleichung von der Form:

$$pt = k_{\text{Turb.}} + a \cdot p,$$

wo a die Intensität der Durchwirblung ausdrücken würde, oder in anderer Form geschrieben:

$$p\,(t - a) = k_T$$

wurden nach der Gaußschen Methode der kleinsten Quadrate berechnet; ich erhielt so:

Temperatur	k_T	a
25°	159,3	5,8
30	136,4	6,8
35	117,1	7,95
40	102,7	9,1
45	90,2	10,5
50	79,8	11,4

Die Werte von a wachsen mit steigender Temperatur nahezu linear; nimmt man an ihnen eine ganz kleine Änderung vor, so werden die Abstände ganz gleich, und man hat dann: $a_{25°} = 5{,}7$; $a_{30°} = 6{,}85$; $a_{35°} = 8{,}0$; $a_{40°} = 9{,}15$; $a_{45°} = 10{,}3$; $a_{50°} = 11{,}45$,

und gelangt mit Hilfe der Formel

$$K_T = \frac{\Sigma\,(pt) - a \cdot \Sigma p}{n},$$

wo n die Anzahl der Beobachtungen ausdrückt, zu den folgenden k_T-Werten:

Temperatur	k_T	Relativer Wert
25°	159,45	1,361
30	136,3	1,164
35	117,1	1,000
40	102,65	0,877
45	90,4	0,772
50	79,8	0,681

Wie der Vergleich der relativen Werte von k_P und k_T miteinander zeigt, bleibt das Verhältnis der Reibungskonstanten unter sich für jede Strömungsart fast unverändert.

Die Zulässigkeit der durch die kleine Änderung erhaltenen Gleichungen wurde am Beobachtungsmaterial geprüft.

Temperatur: 50°. Gleichung: $t = \frac{79{,}8}{p} + 11{,}45$.

Druckintervall: 1,487 — 0,438 kg.

t beob.	t ber.	Differenz in Sek.	t beob.	t ber.	Differenz in Sek.
64,9	65,1	—0,2	99,4	99,9	—0,5
67,2	67,1	+0,1	105,4	105,6	—0,2
69,7	69,8	—0,1	112,5	112,4	+0,1
72,9	73,0	—0,1	120,0	119,8	+0,2
75,9	76,1	—0,2	129,0	128,9	+0,1
79,4	79,3	+0,1	138,6	139,0	—0,4
82,7	82,7	0,0	149,8	149,5	+0,3
85,8	85,8	0,0	161,9	161,9	0,0
90,1	90,1	0,0	175,4	175,8	—0,4
94,6	94,7	—0,1	193,8	193,5	+0,3

Temperatur: 45°. Gleichung: $t = \frac{90{,}4}{p} + 10{,}3$.

Druckintervall: 1,480 — 0,408 kg pro cm².

t beob.	t ber.	Differenz in Sek.	t beob.	t ber.	Differenz in Sek.
71,0	71,4	—0,4	112,6	112,4	+0,2
73,4	73,5	—0,1	117,8	118,0	—0,2
75,8	75,7	+0,1	123,7	123,5	+0,2
78,0	78,0	0,0	129,9	129,3	+0,6
80,4	80,5	—0,1	136,2	135,9	+0,3
82,9	83,0	—0,1	143,0	143,1	—0,1
85,7	85,8	—0,1	152,2	151,8	+0,4
88,9	89,2	—0,3	160,9	160,8	+0,1
92,1	92,1	0,0	170,3	170,4	—0,1
95,9	96,1	—0,2	182,3	182,2	+0,1
99,5	99,9	—0,4	194,2	194,6	—0,4
103,6	103,5	+0,1	213,2	213,4	—0,2
107,9	107,7	+0,2	232,0	231,7	+0,3

Temperatur: 40°. Gleichung: $t = \frac{102{,}65}{p} + 9{,}15$.

Druckintervall: 2,253 — 0,680 kg pro cm².

54,6	54,7	—0,1	75,4	75,2	+0,2
55,3	55,4	—0,1	76,3	76,2	+0,1
56,0	56,1	—0,1	77,8	77,8	0,0
56,5	56,8	—0,3	79,4	79,5	—0,1
57,6	57,7	—0,1	81,1	81,0	+0,1
58,5	58,5	0,0	83,1	83,0	+0,1
59,5	59,4	+0,1	85,1	85,2	—0,1
60,3	60,2	+0,1	87,4	87,7	—0,3
61,0	61,0	0,0	90,2	90,2	0,0
61,9	61,9	0,0	93,9	93,9	0,0
62,6	62,7	—0,1	97,4	97,6	—0,2
63,7	63,7	0,0	101,6	101,3	+0,3
64,4	64,6	—0,2	105,7	105,6	+0,1
65,3	65,5	—0,2	110,2	110,2	0,0
66,4	66,5	—0,1	115,3	115,2	+0,1
67,4	67,5	—0,1	120,6	120,5	+0,1
68,3	68,5	—0,2	126,3	126,2	+0,1
69,4	69,4	0,0	133,4	133,1	+0,3
70,4	70,4	0,0	140,8	140,4	+0,4
71,6	71,6	0,0	149,6	149,2	+0,4
72,8	72,8	0,0	160,5	160,2	+0,3

Temperatur: 35°. Gleichung: $t = \frac{117{,}1}{p} + 8{,}0$.

Druckintervall: 2,58—0,61 kg pro cm².

53,3	53,4	—0,1	74,8	74,8	0,0
54,2	54,1	+0,1	75,8	76,1	—0,3
55,0	54,8	+0,2	77,1	77,3	—0,2
56,4	56,5	—0,1	78,5	78,7	—0,2
57,3	57,2	+0,1	80,2	80,0	+0,2
58,1	58,1	0,0	81,3	81,5	—0,2
59,0	58,9	+0,1	82,8	82,9	—0,1
59,8	59,7	+0,1	84,7	84,4	+0,3
60,7	60,6	+0,1	85,8	86,0	—0,2
61,5	61,4	+0,1	87,5	87,5	0,0
62,3	62,2	+0,1	89,2	89,1	+0,1
63,1	63,6	—0,5	90,6	90,6	0,0
64,1	64,1	0,0	92,3	92,2	+0,1
65,6	65,6	0,0	93,8	94,1	—0,3
66,4	66,6	—0,2	95,7	96,0	—0,3
68,1	68,1	0,0	98,2	98,2	0,0
68,9	68,9	0,0	99,8	100,1	—0,3
69,8	69,9	—0,1	101,6	102,1	—0,5
70,6	70,4	+0,2	103,8	104,4	—0,6
70,8	71,0	—0,2	106,3	106,7	—0,4
72,1	72,3	—0,2	108,4	108,8	—0,4
73,4	73,6	—0,2	110,9	111,2	—0,3

Temperatur: 35°. Gleichung: $t = \frac{117{,}1}{p} + 8{,}0$.

Druckintervall: 2,58—0,61 kg pro cm².

t beob.	t ber.	Differenz in Sek.	t beob.	t ber.	Differenz in Sek.
113,4	113,7	—0,3	150,7	150,5	+0,2
116,1	116,0	+0,1	156,9	156,2	+0,7
118,5	118,4	+0,1	165,6	164,8	+0,8
121,5	121,6	—0,1	172,8	172,1	+0,7
126,9	126,8	+0,1	180,7	180,3	+0,4
129,3	129,8	—0,5	189,4	188,8	+0,6
132,2	132,6	—0,4	199,4	199,7	—0,3
138,4	138,8	—0,4	211,3	210,3	+1,0
145,1	144,3	+0,8			

Temperatur: 30°. Gleichung: $t = \frac{136{,}3}{p} + 6{,}85$.

Druckintervall: 2,296—0,823 kg pro cm².

66,1	66,2	—0,1	94,8	94,4	+0,4
67,3	67,1	+0,2	96,4	96,3	+0,1
68,0	68,1	—0,1	98,1	98,1	0,0
68,9	69,0	—0,1	99,8	100,0	—0,2
70,1	70,0	+0,1	101,6	101,9	—0,3
71,2	71,2	0,0	103,4	103,9	—0,5
72,5	72,3	+0,2	105,9	105,9	0,0
73,5	73,6	—0,1	107,7	108,0	—0,3
74,6	74,7	—0,1	109,9	110,0	—0,1
76,0	76,2	—0,2	112,8	112,6	+0,2
77,3	77,4	—0,1	114,8	114,6	+0,2
78,5	78,6	—0,1	117,9	117,6	+0,3
79,7	79,9	—0,2	120,9	121,0	—0,1
81,2	81,3	—0,1	127,7	127,5	+0,2
82,7	82,7	0,0	130,8	130,8	0,0
84,4	84,2	+0,2	137,0	136,9	+0,1
85,9	85,7	+0,2	144,2	144,1	+0,1
87,3	87,6	—0,3	152,0	152,0	0,0
89,4	89,2	+0,2	161,4	161,7	—0,3
91,2	91,1	+0,1	172,2	172,5	—0,5

Temperatur: 25°. Gleichung: $t = \frac{159{,}45}{p} + 5{,}7$.

Druckintervall: 2,462—0,889 kg pro cm².

70,4	70,5	—0,1	110,5	110,7	—0,2
72,0	71,8	+0,2	113,3	113,3	0,0
73,2	73,1	+0,1	116,4	116,3	+0,1
74,8	74,7	+0,1	119,2	119,2	0,0
76,2	76,2	0,0	122,2	122,2	0,0
77,7	77,6	+0,1	125,4	125,5	—0,1
79,3	79,3	0,0	128,1	128,4	—0,3
80,7	80,7	0,0	131,4	131,7	—0,3
82,4	82,3	+0,1	135,0	135,1	+0,1
83,8	83,7	+0,1	137,8	137,5	+0,3
85,0	85,3	—0,3	141,3	141,3	0,0
87,0	86,9	+0,1	143,9	144,0	—0,1
88,5	88,6	—0,1	147,6	147,7	—0,1
90,8	90,8	0,0	151,1	150,9	+0,2
92,5	92,7	—0,2	155,4	155,0	+0,4
94,8	94,9	—0,1	159,5	159,3	+0,2
96,8	97,0	—0,2	164,4	164,8	—0,4
98,7	98,8	—0,1	168,3	168,2	+0,1
101,0	100,9	+0,1	173,0	172,0	+1,0
103,0	103,5	—0,5	176,7	176,5	+0,2
105,7	105,9	—0,2	180,9	181,1	—0,2
107,9	108,3	—0,4	185,5	185,1	+0,4

Die Abweichungen zwischen Beobachtung und Berechnung bleiben innerhalb der erlaubten

Ablesefehler, und der Vorzeichenwechsel ist befriedigend; die Gleichungen sind also zulässig. Durch Kombination dieser Gleichungen mit denen für die Poiseuillesche Strömung[1]) erhält man:

25^0

$pt = 164{,}0 \mid p_{krit.} = 0{,}798$ kg pro cm^2,
$p(t-5{,}7) = 159{,}45 \mid t_{krit.} = 205{,}5$ Sekunden;

30^0

$pt = 140{,}75 \mid p_{krit.} = 0{,}650$ kg pro cm^2,
$p(t-6{,}85) = 136{,}3 \mid t_{krit.} = 216{,}5$ Sekunden;

35^0

$pt = 121{,}3 \mid p_{krit.} = 0{,}525$ kg pro cm^2,
$p(t-8{,}0) = 117{,}1 \mid t_{krit.} = 231{,}0$ Sekunden;

40^0

$pt = 106{,}7 \mid p_{krit.} = 0{,}443$ kg pro cm^2,
$p(t-9{,}15) = 102{,}65 \mid t_{krit.} = 240{,}9$ Sekunden;

45^0

$pt = 94{,}3 \mid p_{krit.} = 0{,}379$ kg pro cm^2,
$p(t-10{,}3) = 90{,}4 \mid t_{krit.} = 248{,}8$ Sekunden;

50^0

$pt = 83{,}5 \mid p_{krit.} = 0{,}322$ kg pro cm^2,
$p(t-11{,}45) = 79{,}8 \mid t_{krit.} = 259{,}3$ Sekunden.

Die Geschwindigkeiten $U_{relativ} = \frac{1}{t_{krit.}}$, die wir in den Kapillarröhren erzeugen müssen, um den Übergang von der Poiseuilleschen zur turbulenten Strömungsart zu erzielen, nehmen also mit zunehmender Temperatur ab.

Die absoluten kritischen Geschwindigkeiten sind durch die Formel

$$U_{krit.} = \frac{V}{t \cdot q}$$

gegeben, in welcher V das Volumen der durchgepreßten Flüssigkeit und q den Querschnitt der Kapillare vorstellt. Da V in unserem Falle gleich 47,2 ccm und q gleich 0,001412 qcm ist, so erhalten wir:

Temperatur	$U_{krit.}$
25°	162,66
30	154,4
35	144,7
40	138,8
45	134,35
50	128,9

Da in der Formel für die Reynoldssche Konstante K für den Übergang die absoluten Werte η der Viskosität des Benzylalkohols (in geordneter) Strömung enthalten sind, so mußten diese ermittelt werden. Das für Benzylalkohol benutzte Ostwaldsche Reibungsröhrchen lieferte für Wasser:

Temperatur	k	Relative Werte gefunden	Relative Werte berechnet nach Landolt-Börnstein
15°	126,3	1,278	1,279
25	98,8	1,000	1,000
30	88,7	0,898	0,895

Die Übereinstimmung genügt. Die Viskositäten von Benzylalkohol und Wasser bei 25° verhalten sich also wie 560,4 : 98,8, und eine einfache Rechnung liefert dann sowohl die k_P-Werte des Wassers für meinen Turbulenzreibungsapparat

$k_{4^0} = 50{,}43$[1]) $k_{25^0} = 28{,}91$ $k_{40^0} = 21{,}22$
$k_{15^0} = 36{,}96$ $k_{30^0} = 25{,}96$ $k_{45^0} = 19{,}37$
$k_{20^0} = 32{,}51$ $k_{35^0} = 23{,}36$ $k_{50^0} = 17{,}78$

als auch die absoluten Reibungskoeffizienten η für Benzylalkohol:

Temperatur	η
25°	0,05054
30	0,04326
35	0,03739
40	0,03288
45	0,02906
50	0,02574

Die Dichte D des Benzylalkohols war schon bei Beginn der Untersuchung mit einem Pyknometer bei vier Temperaturen bestimmt worden; die Werte für die einzelnen Temperaturen wurden auf graphischem Wege ermittelt. Der Radius der Kapillare ist 0,0423 cm. Man erhält dann für das Osborne-Reynoldssche Kriterium

$$K = \frac{r \cdot D \cdot U_{krit.}}{\eta}$$

die folgenden Werte:

Temperatur	$K_{Reynolds}$
25°	136,68
30	150,97
35	163,05
40	177,14
45	193,21
50	208,44

Das Kriterium ist also nicht konstant, sondern wächst im gleichen Sinne wie die Temperatur.

1) Es wurden die genaueren K_P-Werte des Ostwaldschen Reibungsröhrchens benutzt.

1) Aus der graphischen Darstellung hatte ich seinerzeit den Wert $K_4{}^0 = 49{,}4$ abgeleitet.

Buenos-Aires, Chemische Abteilung am Instituto Nacional del Profesorado Secundario, den 15. Juni 1914.

(Eingegangen 9. Juli 1914.)

Abgeschnittene Funken.
(Scintille troncate.)

(Mitteilungen aus dem physikalischen Institut der Universität Pisa (Direktor A. Battelli.) Nr. 44[1].)

Von A. Occhialini.

Wenn es gelingt, zwischen Elektroden, die man auf verschiedenem Potential hält, einen Strom herzustellen, der einen gewissen Grenzwert überschreitet — sei es unter Benutzung der natürlichen Leitfähigkeit der Gase oder unter Benutzung der durch äußere Agentien hervorgerufenen Leitfähigkeit —, so zeigt sich bekanntlich ein spontanes Anwachsen der Stromstärke; diese ist von einer beständigen Veränderung des Gases und der Elektroden begleitet und dauert an, bis die für die Existenz einer der Formen der Leitung in Gasen erforderlichen Bedingungen erreicht sind, nämlich jener Formen, wie sie durch den Glimmstrom oder durch den Voltaschen Lichtbogen dargestellt werden.

Diese letzte Form des Gleichgewichts wird tatsächlich erreicht und bleibt erhalten, wenn der Stromkreis und der Elektromotor stark genug sind, um sie aufrecht zu erhalten. Im Funken, der zum Einsetzen große Spannungen verlangt, wie sie mit Generatoren von kleiner Leistung bequem erreichbar sind, erreicht man diese Form mittels der Entladung der in den Kondensatoren angehäuften Elektrizität; sie wird aber unterbrochen, sobald der Elektrizitätsvorrat erschöpft ist.

Von diesem Gesichtspunkte aus betrachtet dürfte also die Anfangsphase des gewöhnlichen Funkens von allen übrigen vorübergehenden Formen der Leitung in Gasen, durch die man der Bogenform zustrebt, nicht verschieden sein. Ich glaube denn auch, nachgewiesen zu haben, daß man alle charakteristischen Merkmale des gewöhnlichen Funkens in diesen Übergangsformen zum Voltaschen Lichtbogen wiederfinden kann, die ich auch mit ziemlich niedrigen Spannungen habe verwirklichen können[2]).

Ebenso müßte die Endphase des oszillatorischen Funkens ein ganz richtiger Lichtbogen sein.

In der vorliegenden Mitteilung beabsichtige ich nun, über einen Versuch zu berichten, der direkt zeigt, wie die Schwingungen einer Entladung zwischen Metallelektroden von einem gewissen Augenblick an durch Lichtbogen hindurch vor sich gehen.

Um dies ableiten zu können, muß man notwendig beweisen, daß die letzte Phase des Funkens zu ihrer Existenz eben die Bedingungen des Lichtbogens oder der glühenden Kathode verlangt. Wenn wir nun die Möglichkeit des Glühens an einer der Elektroden ausschließen, so muß der Teil der Entladung, der gegebenen Falles durch den Lichtbogen hindurch erfolgt, verschwinden, und es muß nur der Vorgang übrig bleiben, der ohne die Notwendigkeit einer Erhitzung der Elektroden verläuft.

Um diese Schlußfolgerung zu bestätigen, habe ich den Entladungsfunken eines Kondensators zwischen einer Metallelektrode und der Oberfläche einer elektrolytischen Lösung überspringen lassen.

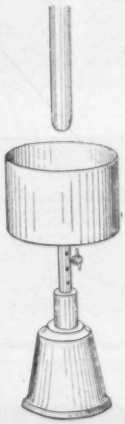


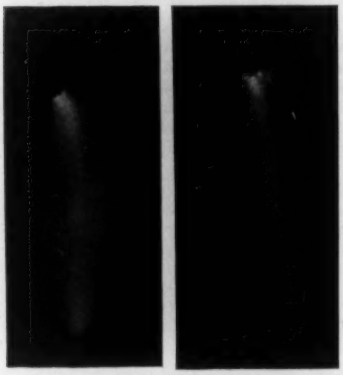
Fig. 1.

Ein zylindrisches Messinggefäß (Fig. 1), über dem sich eine Metallelektrode befand, konnte entweder mit einer Kupferplatte bedeckt werden, deren obere Fläche mit der Ebene des Gefäßrandes zusammenfiel, oder auch mit einer Kupfersulfatlösung genau bis zum Rande gefüllt werden. Auf diese Weise erhielt ich ein Spinterometer, das in den Entladungskreis eines Glasplattenkondensators eingeschaltet wurde.

Der Funke sprang zwischen der Elektrode P und der Metallplatte oder zwischen der Elektrode und der Flüssigkeitsoberfläche bei derselben Durchbruchsentfernung und derselben Verteilung des elektrischen Feldes über.

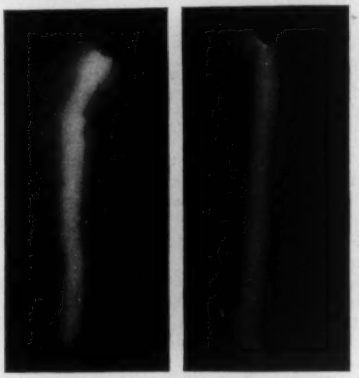
Bei oberflächlicher Untersuchung erscheinen die beiden so erhaltenen Funken merklich verschieden. Die zum Elektrolyten übergehenden Funken sind viel heftiger und lauter, aber viel weniger hell als die anderen. In Fig. 2 sind die photographischen Aufnahmen der beiden

1) Nr. 43: diese Zeitschr. **13**, 705, 1912.
2) A. Occhialini, Scintille a basso potenziale. Nuovo Cimento (2) 1911; diese Zeitschr. **13**, 268, 1912.



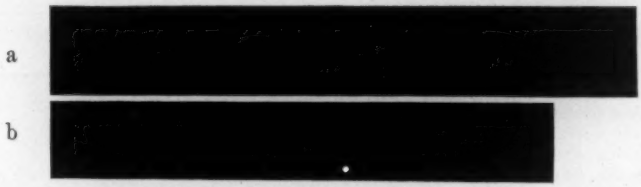
a b

Fig. 2.



a b

Fig. 4.



a

b

Fig. 3.

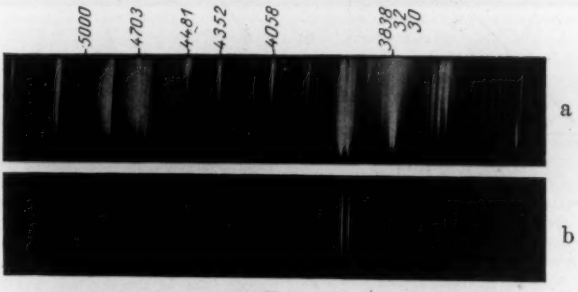
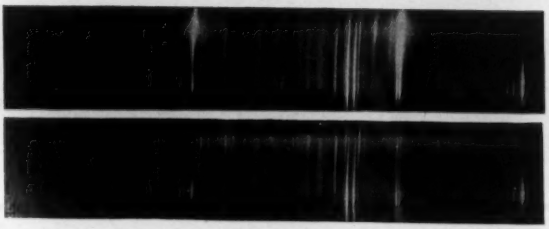


Fig 5.



a

b

Fig. 6.

Funken bei identischen Verhältnissen im Stromkreise und bei starker Selbstinduktion wiedergegeben. Man sieht ohne weiteres, daß der Funke bei flüssiger Elektrode dieselbe (bahnbrechende) Anfangsentladung besitzt, daß aber die reiche Aureole fehlt, welche den Funken zwischen Metallelektroden umhüllt.

Die Untersuchung der beiden Funken im rotierenden Spiegel lieferte die beiden in Fig. 3 wiedergegebenen Photogramme. Der Funke zwischen Metallelektroden liefert bei den benutzten Verhältnissen im Entladungskreise etwa vierzig halbe Schwingungen; der mit flüssiger Elektrode erhaltene Funke weist fünf bis sechs Halbschwingungen auf.

Der verschiedene Abstand, den man in den beiden Photogrammen zwischen den einzelnen aufeinanderfolgenden Halbschwingungen beobachtet, beruht nicht auf verschiedener Dauer der Periode der beiden Entladungen. Die Notwendigkeit, sämtliche Schwingungen auf einer Platte von 12 cm zusammenzufassen, erforderte, den Spiegel ziemlich langsam zu drehen, als es sich darum handelte, das Photogramm (a) aufzunehmen. Da diese Notwendigkeit nicht mehr besteht, wenn eine der Elektroden flüssig ist, oder wenn die Entladungen weniger zahlreich sind, wurde das Photogramm (b) mit einer viel größeren Spiegelgeschwindigkeit aufgenommen als das Photogramm (a). Ich habe mich jedoch vergewissert, daß die Periode der beiden Entladungen identisch ist.

Wir können also den Schluß ziehen, daß die Endphase einer oszillatorischen Entladung nur bei glühfähigen Elektroden besteht und fehlt, wenn eine der Elektroden von einer elektrolytischen Lösung gebildet wird. Sie ist also ein Bogen.

Ich will diese Entladungen, denen ich durch den Kunstgriff mit der flüssigen Elektrode die Möglichkeit genommen habe, sich frei bis zur Dämpfung zu entwickeln, „abgeschnittene Funken" nennen.

Einfluß der Selbstinduktion.

Es wurde beobachtet, daß die Verkürzung eines Funkens nur nach den ersten Schwingungen erfolgt. Vielleicht bleiben die ersten Schwingungen auch bei flüssiger Elektrode erhalten, weil sich in ihnen der Vorgang der (bahnbrechenden) Anfangsentladung wiederholt, oder weil die Spannung höher als 300 Volt bleibt und deshalb ein Glimmstrom eintreten kann; alsdann sinkt die Spannung unter diesen Wert, und die Leitung hört auf, wenn es nicht möglich ist, einen Lichtbogen zu unterhalten.

Infolgedessen wird ein gewöhnlicher Funke sich von dem mit flüssiger Elektrode erhaltenen um so mehr unterscheiden, je höher die Zahl der Schwingungen ist, die letzterer besitzt. Sie werden dann identisch sein, wenn auch bei glühfähigen Elektroden die Schwingungen wenig zahlreich sind.

Mit anderen Worten: Der Unterschied zwischen den beiden Funken wird groß sein, wenn der überwiegende Teil der Entladung unter normalen Verhältnissen vom Bogen gebildet wird; er wird hingegen gar nicht vorhanden sein, wenn die Entladung größtenteils durch die (bahnbrechende) Anfangsentladung erfolgt.

Die in Fig. 4 wiedergegebenen Photogramme zeigen den Funken zwischen Metallelektroden (a) und den mit einer Salzlösung erhaltenen (b), wenn die Selbstinduktion auf die unvermeidlichen Verbindungen beschränkt ist, und die Entladung aus einer intensiven (bahnbrechenden) Anfangsentladung und sehr wenigen Schwingungen besteht. Die Photogramme weisen keine merklichen Verschiedenheiten auf.

Spektroskopische Untersuchung.

Die spektroskopische Analyse dieser Funken liefert die in Fig. 5 dargestellten Ergebnisse. Als Elektroden wurden für den normalen Funken Magnesium und für den abgeschnittenen Funken eine Magnesiumsulfatlösung verwendet. Wenn die Selbstinduktion stark ist, liefert der abgeschnittene Funke ein sehr linienarmes Spektrum, das aus wenigen sehr feinen Flammenlinien besteht.

Die in Fig. 6 zusammengestellten Spektren gehören den beiden Funken mit geringster Selbstinduktion an. Die Unterschiede, die diese aufweisen, sind unmerklich geworden, während gleichzeitig das Spektrum vollständig zu einem Linienspektrum geworden ist.

(Nach dem Manuskript aus dem Italienischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 23. Juli 1914.)

Nachtrag.

Von J. R. Partington.

In der neulich veröffentlichten Arbeit vom Verfasser (diese Zeitschr. **15**, 601, 1914) soll die Gleichung (4), anstatt

$$\varphi = 1 + (\varkappa' - 1)\frac{27}{32}\pi\tau^3$$

richtig:

$$\varphi = 1 - \frac{9}{64}\pi\tau(1 - 6\tau^2)$$ [1])

heißen, woraus sich ergibt

$$\varphi = 1{,}027.$$

1) Vgl. Nernst, „Theoretische Chemie", 7. Aufl. S. 276.

Daher findet man aus dem $\varkappa'$ Wert des Verfassers:

$$\varkappa = \varkappa'\varphi = 1{,}317 \times 1{,}027 = 1{,}353 \pm 0{,}001,$$
$$C_v = 2{,}103/0{,}353 = 5{,}96 \text{ cal},$$
$$C_p = 5{,}96 + 2{,}10 = 8{,}06 \text{ cal}.$$

(Eingegangen 20. Juli 1914.)

BESPRECHUNGEN.

Max Planck, Neue Bahnen der physikalischen Erkenntnis. Rektoratsrede. gr. 8. 28 S. Leipzig, Joh. Ambr. Barth. 1914. M. 1.—

Die Leser dieser Zeitschrift wissen, welch hoher Genuß es ist, Worte von Planck zu hören und zu lesen. Das glückliche akademische Jahr 1913/14, das den Meister der theoretischen Physik an der Spitze der ersten deutschen Universität stehen sieht, hat besonders oft Veranlassung gegeben zu kleineren und größeren Reden Plancks, die freilich nicht immer, wie die vorliegende, sein eigenstes Forschungsgebiet betrafen, vielmehr zum größeren Teil sich fern von Spezialwissenschaft hielten. Aus allen Reden spricht in erhebender Weise die edle sittliche Weltanschauung und das Bestreben, ihr die notwendige Geltung und Wertschätzung zu verschaffen. — Hier liegt uns eine jener formvollendeten, fesselnden Reden vor, durch welche Planck einem großen Kreis der verschiedensten wissenschaftlichen Fachrichtungen einen Einblick in die Probleme der modernen theoretischen Physik tun ließ (Atomtheorie, Relativität, Quantenhypothese).

Besonders auch den Zaghaften unter den Naturforschern, die keine Hypothesen vertragen können und denen die Phantasie nur verdammenswert erscheint, sei die Rede empfohlen. Mögen sie die Worte beherzigen: „Wer den Glauben an die Realität der Atome und der Elektronen, oder an die elektromagnetische Natur der Lichtwellen, oder an die Identität von Körperwärme und Bewegung verwirft, der wird deswegen ganz gewiß niemals eines logischen oder empirischen Widerspruchs überführt werden können. Aber er mag zusehen, wie er es von seinem Standpunkt aus fertig bringt, die physikalische Erkenntnis zu fördern".

S. Valentiner.

H. Weber u. I. Wellstein, Enzyklopädie der Elementarmathematik. III. Band. Zweite Auflage. 8. 1. Teil. XII u. 536 S. mit 254 Figuren. 2. Teil. XV u. 671 S. mit 271 Figuren. Leipzig und Berlin, B. G. Teubner. 1911 u. 1912. Preis gebunden M. 12.— u. M. 14.—

Die erste Auflage dieses trefflichen Buches ist von mir in dieser Zeitschrift (**11**, 550, 1910) angezeigt worden. Ich kann mich daher hier darauf beschränken, anzugeben, welche wesentlichen Änderungen die zweite Auflage von der ersten unterscheiden. Die Vektoranalysis ist umgearbeitet und ein Abschnitt über Tensoren hinzugefügt worden, und zwar ist der Tensorbegriff hier etwas allgemeiner gefaßt, als im allgemeinen in der Physik üblich ist. Was man sonst im allgemeinen als Tensor bezeichnet, nennt Weber „orthogonalen" Tensor; die hier vorgenommene Erweiterung des Tensorbegriffes läßt sich aber ebenso leicht verstehen, wie bei Beschränkung auf orthogonale Tensoren. Ferner ist ein Abschnitt über Optik hinzugekommen. In der Abteilung für Elektrizität ist die Dielektrizitätskonstante, abweichend von der ersten Auflage, wie üblich definiert, indem sie für das Vakuum gleich 1, und nicht gleich $\frac{1}{4\pi}$ gesetzt ist. Dadurch hofft der Verfasser den in der Tat leicht möglichen Verwechslungen vorzubeugen.

Auch in der neuen Auflage besitzt die Darstellung die hohen Vorzüge der alten, so daß eine besondere Empfehlung sich wohl erübrigt. C. Schaefer.

Berichtigung

zur Mitteilung von R. Ladenburg, Die Methode von Mandelstam-Ubisch usw., diese Zeitschr. S. 690 ff.

In den Gleichungen (5) und (6) S. 693 muß es $\bar{q}^2$ (und nicht q^2) heißen; infolgedessen sind die Zahlen der 3. Kolonne der kleinen Tabelle (unter $\bar{q} \cdot 10^{-5}$) um etwa 8 Proz. zu erhöhen. Die Konsequenzen werden dadurch nicht geändert. R. Ladenburg.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Zürich Dr. G. Pólya für Mathematik, an der Universität Zürich Dr. J. Lifschitz und Dr. J. Dubsky für Chemie, an der Universität Göttingen Dr. Heinrich Wienhaus für Chemie, an der Technischen Hochschule Berlin Dr. W. D. Treadwell für chemisch-technische Prüfungsmethoden.

Ernannt: Der Maschineningenieur Dr. Ing. Max Jacob zum Kaiserlichen Professor und Mitglied der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt in Berlin, der Assistant Professor an der Universität Chicago William D. Harkins zum Associate Professor an derselben Hochschule, der Privatdozent für Chemie an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Wilhelm Steinkopf zum a. o. Professor ebendaselbst, der Demonstrator für angewandte Chemie an der Universität von Manchester Frank Brinsley zum Lektor für Physikalische Chemie am Victoria College in Stellenbosch bei Kapstadt.

Verliehen: Dem ord. Professor der Chemie und Technologie an der Universität Freiburg i. B. Dr. Ludwig Gattermann der Titel Geh. Hofrat.

Gestorben: Der emer. ord. Professor der chemischen Technologie an der Universität Budapest Dr. Vinzenz Wartha, der ord. Professor an der Technischen Hochschule Berlin und Direktor des Materialprüfungsamtes daselbst Geh. Oberregierungsrat Dr. Ing. Adolf Martens, Fräulein Ida Freund in Cambridge (England), Lector für Chemie am Newnham College.

Für die Redaktion verantwortlich Dr. Hans Busch in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.